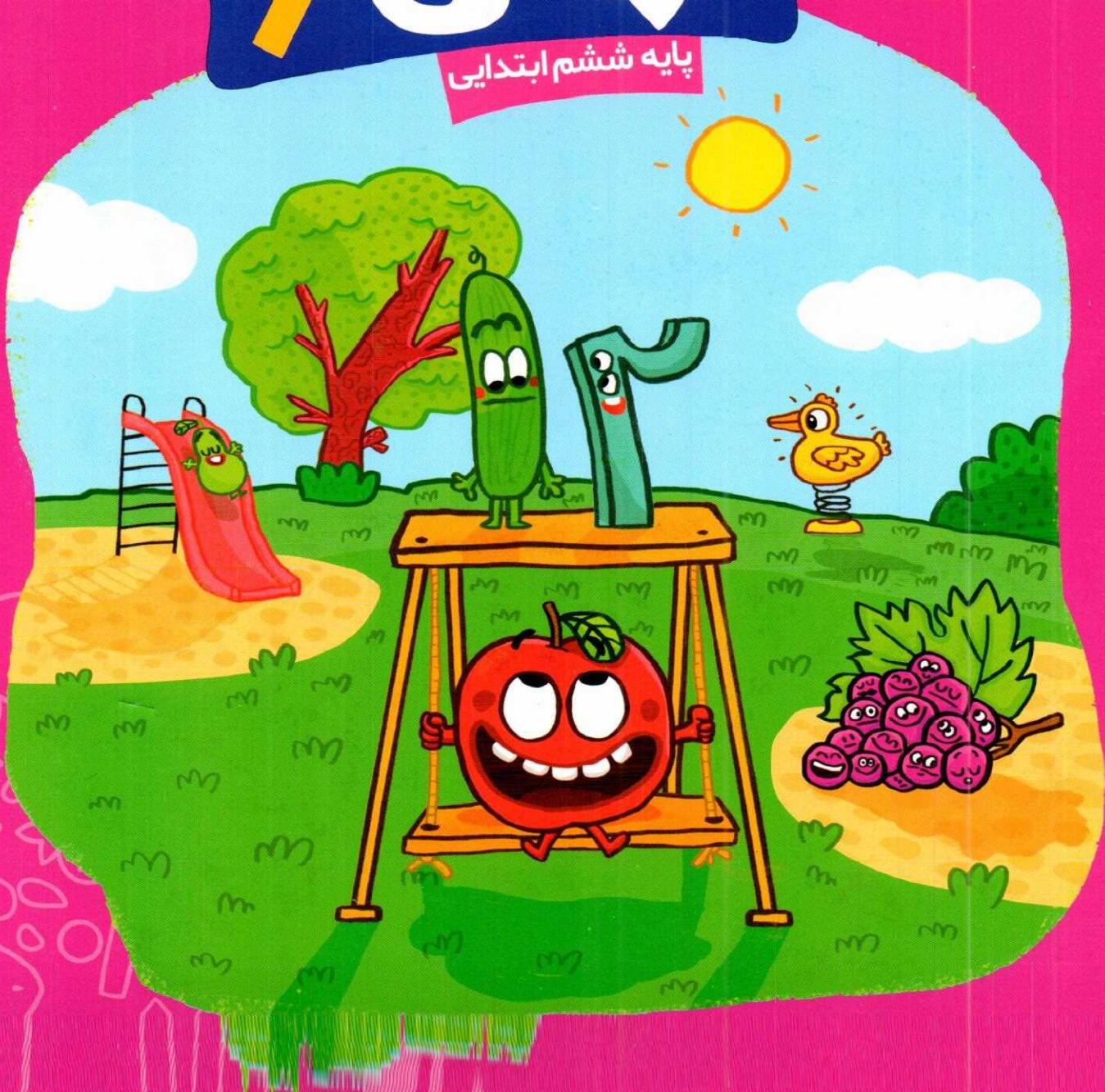


کتاب جامع ریاضی ۶

پایه ششم ابتدایی



اولین کتاب
هوشمند «کشور»





[انتشارات گراد]

● المرح به امید تو ●

کتاب جامع ریاضی

پایه ی ششم ابتدایی

مؤلفان:

زهره شهرآنینی
رقیه اسلامی تبار

ناظران علمی: آزاده خسروچردی - مهدی احمدی

من هم یک
قسمت از
اپلیکیشن گراد هستم



منطبق بر آخرین تغییرات سیستم آموزشی کشور
منطبق بر سند تحول بنیادین آموزش و پرورش
و برنامه ی درسی ملی وزارت آموزش و پرورش

www.gradpress.ir

فهرست

فصل اول: عدد و الگوهای عددی

- ۵ معرفی الگوها
- ۱۵ عدد نویسی
- ۲۱ بخش پذیری
- ۲۶ اعداد صحیح

فصل دوم: کسر

- ۳۱ جمع و تفریق کسرها
- ۴۲ ضرب کسرها
- ۴۹ تقسیم کسرها
- ۵۴ کسره‌های مرکب یا غول پیکر

فصل سوم: اعشار

- ۵۸ نمایش اعداد اعشاری
- ۶۷ ضرب و تقسیم اعداد اعشاری
- ۷۳ تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی
- ۷۷ تقسیم یک عدد بر عدد اعشاری

فصل چهارم: تقارن و مختصات

- ۸۵ مرکز تقارن و تقارن مرکزی
- ۹۲ دوران و تقارن چرخشی
- ۹۶ محورهای مختصات

فصل پنجم: اندازه گیری

- ۱۰۴ طول و سطح
- ۱۱۲ جرم و حجم
- ۱۲۱ مساحت دایره
- ۱۲۸ خط و زاویه

فصل ششم: تناسب و درصد

- ۱۳۸ نسبت و تناسب
- ۱۴۶ درصد
- ۱۵۱ کاربرد درصد در محاسبات مالی
- ۱۵۶ کاربرد درصد در آمار و احتمال

فصل هفتم: تقریب

- ۱۶۳ تقریب (قطع کردن - گرد کردن)
- ۱۷۰ اندازه گیری و محاسبات تقریبی

فصل ۱

عدد و الگوهای عددی

درس نامه

معرفی الگوها

در انبار مغازه‌ای تعدادی اسکوتر وجود دارد. امین با پدرش برای خرید اسکوتر به مغازه رفت. فروشنده آنها را برای انتخاب اسکوتر مورد نظرشان به انبار برد. امین اسکوتر آبی رنگ دو چرخ شارژی را انتخاب کرد. با توجه به خرید امین، می‌توان رابطه‌ی تعداد چرخ‌ها و تعداد اسکوترها را این گونه به دست آورد:

تعداد اسکوتر	۱	۲	۳	۵	۱۲	۲۱
تعداد چرخ‌ها	۲	۴	۶	۱۰	۲۴	۴۲
رابطه بین تعداد چرخ‌ها و اسکوترها	1×2	2×2	3×2	5×2	12×2	21×2



اکنون با توجه به جدول می‌دانیم که:

۸ اسکوتر، ۱۶ چرخ دارد.

۹۶ چرخ، متعلق به ۱۹۲ اسکوتر می‌باشد.

۲۵ چرخ، متعلق به ۵۰ اسکوتر می‌باشد.

از این الگو آموختیم که: اگر تعداد اسکوترها را در ۲ ضرب کنیم تعداد چرخ‌ها به دست می‌آید.

انواع الگوها

الف) الگوهای عددی: اعدادی هستند که طی یک نظم مشخص پشت سر هم قرار گرفته‌اند، تا بی نهایت ادامه دارند و ما می‌توانیم با پیدا کردن رابطه‌ی این اعداد، اعداد قبل یا بعد را به دست آوریم و اعداد یک الگو، جملات الگو نامیده می‌شوند.

در این الگو جمله‌ی اول عدد ۲ و جمله‌ی چهارم عدد ۸ است. $\rightarrow ۲, ۴, ۶, ۸, ۱۰, \dots$ فاصله بین اعداد ۲ واحد است.

$\rightarrow ۵, ۱۰, ۱۵, ۲۰, \dots$ فاصله بین اعداد ۵ واحد است.

$\rightarrow \frac{1}{۲}, ۱, ۱\frac{1}{۲}, ۲, \dots$ فاصله اعداد $\frac{1}{۲}$ واحد است.

$\rightarrow ۱, ۳, ۶, ۱۰, ۱۵, ۲۱, \dots$ فاصله بین دو عدد اول ۲ واحد است بعدی، ۳ واحد، بعدی ۴ واحد است. (یعنی یک واحد به فاصله قبلی افزوده می‌شود).

$\rightarrow ۱, ۴, ۹, ۱۶, ۲۵, \dots$ فاصله بین اعداد، عددی فرد است.



انتشارات گراد

عددهای زوج

به عددهای (۲، ۴، ۶، ۸، ...) که حاصل ضرب عددهای طبیعی* در عدد ۲ هستند، اعداد زوج می‌گویند. پس این اعداد همگی بر ۲ بخش پذیرند. ساده‌ترین راه شناخت اعداد زوج، توجه به یکان آنها می‌باشد که اگر یکان عددی، رقم‌های (۰، ۲، ۴، ۶، ۸) باشد، آن عدد زوج است.

رابطه‌ی کلی این اعداد به صورت زیر می‌باشد:

۲ × اعداد طبیعی → اعداد زوج

$$۱ \times ۲ = ۲ \quad \text{مانند} \quad ۴ \times ۲ = ۸$$

$$۳ \times ۲ = ۶$$

$$۲ \times ۲ = ۴$$

$$۱ \times ۲ = ۲$$

عددهای فرد

اگر از اعداد زوج (۲، ۴، ۶، ۸، ...) یک واحد کم کنیم، اعداد فرد به دست می‌آیند. مانند:

$$۲ - ۱ = ۱$$

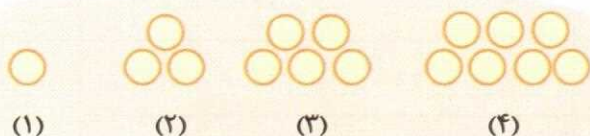
$$۴ - ۱ = ۳$$

$$۶ - ۱ = ۵$$

$$۸ - ۱ = ۷$$

و ...

پس عددهای (۱، ۳، ۵، ۷، ...) همگی اعداد فرد هستند. یعنی فاصله‌ی هر عدد با عدد قبل و بعد از خودش ۲ واحد است. رابطه‌ی اعداد فرد به صورت زیر می‌باشد.



تعداد $\equiv ۱ \equiv (۲ \times \text{اعداد طبیعی}) + ۱$ رابطه

مثال: نهمین عدد فرد $\leftarrow ۱۷ = (۹ \times ۲) - ۱$

الگوی مربعی

(۱، ۴، ۹، ۱۶، ۲۵، ...)

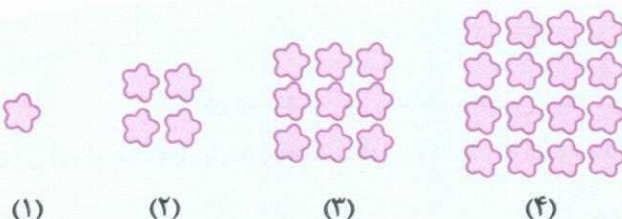
به رابطه‌های زیر توجه کنید.

تعداد $\equiv$ (خودش $\times$ شماره عدد یا شکل)

دومین عدد الگوی مربعی $(۲ \times ۲) = ۴$

پنجمین عدد الگوی مربعی $(۵ \times ۵) = ۲۵$

اگر ما الگو را به صورت شکل نشان دهیم، تعداد شکل‌ها به صورت مربع چیده می‌شود.



برای به دست آوردن تعداد ستاره‌ها در شماره شکل مورد نظرم (مثلاً شکل شماره ۹)، به این صورت عمل می‌کنیم: ۹ ستاره در شکل شماره ۹ قرار دارد. $\rightarrow ۹ \times ۹ = ۸۱$ → تعداد ستاره‌ها = خودش $\times$ شماره شکل

* اعداد طبیعی: به عددهای (۱، ۲، ۳، ۴، ...) که برای شمارش از آن‌ها استفاده می‌کنیم، اعداد

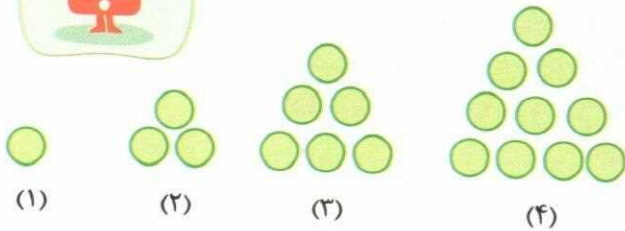
طبیعی گفته می‌شود.

گروه آموزشی گراد

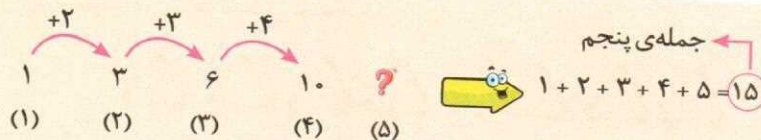


الگوی مثلثی

در الگوی مثلثی مانند الگوی مربعی، اختلاف بین اعداد یکسان نیست. اگر شکل های الگو را بکشیم، شکل به صورت مثلث چیده می شود.



عددها در الگوی مثلثی همیشه از یک شروع می شوند، در مرحله ی اول ۲ تا به عدد اول اضافه می شود و در مرحله ی بعدی ۳ تا، در مرحله ی بعدی ۴ تا و الی آخر.



با توجه به شکل الگوی مثلثی، رابطه ی این الگو به صورت زیر می باشد:

تعداد $\div 2 =$ (شماره عدد یا شکل بعدی $\times$ شماره عدد یا شکل)

$$(7 \times 8) \div 2 = 28$$

در نتیجه؛ برای به دست آوردن تعداد شکل شماره ۷ به این صورت عمل می کنیم:

در الگوی مثلثی از جمع دو عدد متوالی، عددهای الگوی مربعی به دست می آید.

۱ و ۳ و ۶ و ۱۰ و ۱۵ و ۲۱ و ۲۸
۴ ۹ ۱۶ ۲۵ ۳۶ ۴۹

$$4 \times 4 = 16 \quad 3 \times 3 = 9 \quad 2 \times 2 = 4$$

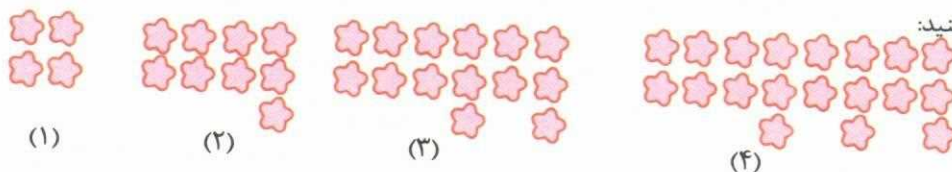
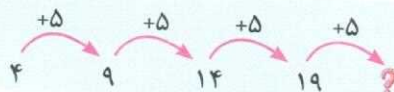
رابطه ی الگوی مربعی = (خودش $\times$ شماره شکل)

یادآوری

الگوی عددی منظم

در این الگوها، فاصله ی بین عددها همواره یک مقدار ثابت است.

به الگوی زیر دقت کنید:



انتشارات گراد

(الف) شکل شماره پنج، تعداد ۲۴ ستاره را نشان می‌دهد.

(ب) اگر بخواهیم برای رسم شکل سی‌ام، ستاره قرار دهیم، ابتدا باید بدانیم، تعداد ستاره‌ها چگونه به دست می‌آید.

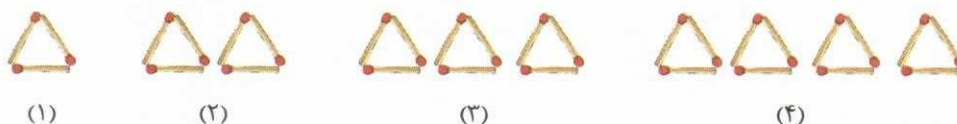
۴	۹	۱۴	۱۹		$(1 \times 5) - 1 = 4$	تعداد شکل شماره ۱
(۱)	(۲)	(۳)	(۴)		$(2 \times 5) - 1 = 9$	تعداد شکل شماره ۲
					$(3 \times 5) - 1 = 14$	تعداد شکل شماره ۳

پس رابطه‌ی این الگو به صورت زیر برقرار است:

$$۱۴۹ = (۳۰ \times ۵) - ۱ = \text{تعداد ستاره‌های شکل سی‌ام}$$

به این ترتیب شکل سی‌ام تعداد ۱۴۹ ستاره دارد.

(ج) با توجه به اینکه عددهای ۱۹ و ۱۴ و ۹ و ۴ یک واحد کمتر از مضرب‌های ۵ هستند و عدد ۵۰ مضرب عدد ۵ است، پس با ۵۰ ستاره نمی‌توان هیچ شکلی در این الگو ساخت.
الگوی زیر از چوب کبریت‌ها تشکیل شده است.



تعداد چوب کبریت‌ها: $3 \xrightarrow{+3} 6 \xrightarrow{+3} 9 \xrightarrow{+3} 12$
رابطه‌ی بین تعداد چوب کبریت‌ها و شماره شکل: $1 \times 3 \quad 2 \times 3 \quad 3 \times 3 \quad 4 \times 3$



جمع اعداد زوج و فرد

به جمع‌های زیر دقت کنید.

$$\begin{array}{ccc} \text{زوج} & \text{زوج} & \text{زوج} \\ ۲ + ۶ = ۸ & ۱۸ + ۱۸ = ۳۶ & ۱۰۲ + ۴۱۸ = ۵۲۰ \end{array}$$

عدد زوج + عدد زوج = عدد زوج

با توجه به حاصل جمع‌ها می‌توان گفت:

مجموع دو عدد زوج، همواره عددی زوج است.

بار دیگر به جمع‌های زیر دقت کنید.

$$۱ + ۳ = ۴ \quad ۱۳ + ۱۷ = ۳۰ \quad ۱۲۵ + ۷۳۱ = ۸۵۶$$

عدد زوج + عدد فرد = عدد فرد

با توجه به حاصل جمع‌ها می‌توان گفت:

مجموع دو عدد فرد، همواره عددی زوج است.



گروه آموزشی گراد



یک بار دیگر به جمع‌های زیر دقت کنید:

$$1+2=3$$

$$11+22=33$$

$$123+518=641$$

عدد فرد $\equiv$ عدد زوج $+$ عدد فرد



با توجه به حاصل جمع‌ها می‌توان گفت:

مجموع یک عدد فرد با یک عدد زوج، همواره عددی فرد است.

مضرب

از ضرب هر عدد طبیعی در عددهای ... و ۳ و ۲ و ۱ مضرب‌های آن عدد ساخته می‌شود. بنابراین مضرب‌های هر عدد همیشه بر آن عدد، بخش‌پذیر هستند

مضرب‌های عدد ۶ $\rightarrow 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, \dots$
 $6 \times 1 \quad 6 \times 2 \quad 6 \times 3 \quad 6 \times 4 \quad 6 \times 5 \quad 6 \times 6 \quad 6 \times 7$

اولین و کوچک‌ترین مضرب عدد ۶ $\rightarrow 6 \times 1 = 6$

۱- اولین و کوچک‌ترین مضرب هر عدد با خود عدد برابر است.

۲- بزرگ‌ترین مضرب هر عدد، نامعلوم است پس هر عددی بی‌نهایت مضرب دارد.

$$6 \times \square = \square$$

۳- عددهای زوج همگی مضرب‌های عدد ۲ هستند.

$$2 \rightarrow 1 \times 2 = 2 \quad 2 \times 2 = 4 \quad 3 \times 2 = 6 \quad 4 \times 2 = 8 \quad 5 \times 2 = 10$$

صف

الف) پارسا در شهر بازی دیبا برای اینکه سوار ماشین کوبنده شود از ابتدای صف نفر هفدهم و از انتهای صف نفر بیست و یکم است، می‌خواهیم بدانیم چند نفر در این صف منتظر هستند.



ابتدا

انتها

$$\left. \begin{array}{l} 21 - 1 = 20 \\ 17 - 1 = 16 \end{array} \right\} \Rightarrow 16 + 1 + 20 = 37$$

پس ۳۷ نفر در این صف منتظر هستند.

ب) حالا اگر پارسا در وسط این صف ایستاده باشد چند نفر جلو پارسا و چند نفر پشت سر پارسا ایستاده‌اند؟



$$37 - 1 = 36$$

$$\begin{array}{r} 36 \overline{) 2} \\ - 21 \overline{) 18} \rightarrow 18 + 1 + 18 = 37 \\ 16 \\ - 16 \\ \hline 0 \end{array}$$

پارسا



پس، ۱۸ نفر جلو و ۱۸ نفر پشت سر پارسا ایستاده‌اند.

مثال: حمید در وسط صف ایستاده و نفر سی و ششم است چند نفر در صف هستند؟

$$71 \text{ نفر در صف هستند.} \Rightarrow 35 + 1 + 35 = 71 \quad \text{نفر ۳۵} \quad \text{حمید} \quad \text{نفر ۳۵}$$

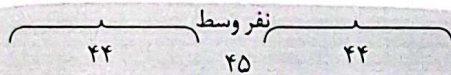
مثال: مه‌راب از یک طرف صف نفر بیستم و از طرف دیگر صف نفر هفتم است. نفر وسط، چندمین نفر در صف است؟

$$19 + 1 + 69 = 89$$

$$89 - 1 = 88$$

$$88 \div 2 = 44$$

نفر وسط، نفر چهل و پنجم است و در هر طرف او ۴۴ نفر هستند.



تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- ۱) مجموع دو عدد زوج ممکن است عددی فرد شود. ☒ درست ☐ نادرست
- ۲) بزرگ‌ترین مضرب هر عدد، خود آن عدد است. ☒ درست ☐ نادرست
- ۳) پنجمین مضرب عدد ۴، همان دهمین مضرب عدد ۲ است. ☒ درست ☐ نادرست
- ۴) حاصل ضرب یک عدد فرد در یک عدد زوج و همچنین حاصل جمع یک عدد فرد با یک عدد زوج همیشه عددی فرد است. ☒ درست ☐ نادرست

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

- ۱) کوچک‌ترین مضرب عدد ۷، برابر با است. ☒
- ۲) نهمین مضرب عدد ۴، عدد است. ۳۶
- ۳) تعداد عددهای فرد دو رقمی کوچک‌تر از ۱۸، تا است. ۴
- ۴) مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد، همواره عددی است. فرد



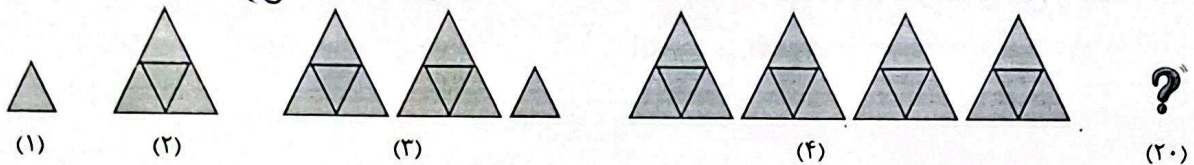
گروه آموزشی گراد



ج) گزینه‌ی درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

۱) در الگوی عددی مقابل، در شکل نهم چه عددی قرار می‌گیرد؟
 الف) ۵۴ (✓) ب) ۱۵ ج) ۴۵ د) ۵۱

۲) با توجه به الگوی مقابل، شکل بیستم از چند مثلث تشکیل می‌شود؟
 الف) ۱۰۸ ج) ۱۴۸ د) ۱۴۴ (✓)

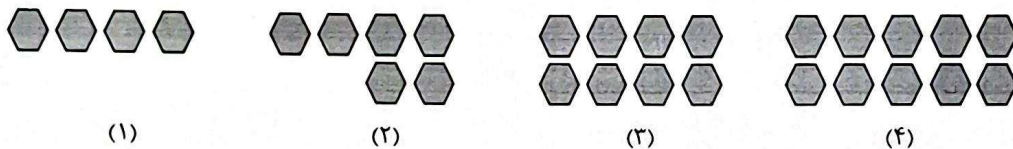


الف) ۲۰۰ مثلث ج) ۴۰۰ مثلث (✓) د) ۸۰۰ مثلث

۳) مضرب مشترک دو عدد ۳۶ و ۴۸ کدام یک از اعداد زیر می‌باشد؟

الف) ۱۰۸ ج) ۱۴۸ د) ۱۴۴ (✓) ب) ۷۲

۴) در الگوی زیر شکل سی‌ام با چند شش ضلعی ساخته می‌شود؟
 الف) ۵۸ ج) ۶۰ د) ۶۴ (✓) ب) ۶۲



الف) ۵۸ ج) ۶۰ د) ۶۴ (✓) ب) ۶۲

۵) کدام گزینه درست است؟

الف) بزرگ‌ترین مضرب هر عدد، قابل تشخیص است. (✓)

ب) عدد ۳۰، هم مضرب ۵ و هم مضرب ۶ است. (✓)

ج) کوچک‌ترین مضرب عدد ۱، عدد ۲ است.

د) سومین مضرب عدد ۸، با ششمین مضرب عدد ۵، برابر است.

۶) در الگوی عددی مقابل، سی و پنجمین عدد، کدام است؟
 الف) ۱۷۵ ج) ۱۷۹ د) ۱۸۱ (✓) ب) ۱۷۷

الف) ۱۷۵ ج) ۱۷۹ د) ۱۸۱ (✓) ب) ۱۷۷

۷) ۴۸ چندمین مضرب عدد ۸ می‌باشد؟

الف) چهارمین ج) ششمین (✓) د) هفتمین ب) پنجمین

د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

۱) مضرب‌های هر یک از اعداد زیر را نوشته و دور کوچک‌ترین و پنجمین مضرب هر یک از آنها خط بکشید. (تا مضرب دهم بنویسید)

الف) ۴ (✓) ۸ ۱۲ ۱۶ ۲۰ ۲۴ ۲۸ ۳۲ ۳۶ ۴۰

ب) ۱۰ (✓) ۲۰ ۳۰ ۴۰ ۵۰ ۶۰ ۷۰ ۸۰ ۹۰ ۱۰۰

انتشارات گراد

۲) سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید.

الف) $\frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \frac{6}{12}$

ب) ۲۲, ۳۰, ۳۶, ۴۲, ۴۸, ۵۴

ج) $\frac{5}{72}, \frac{5}{24}, \frac{4}{76}, \frac{4}{28}, \frac{3}{18}, \frac{3}{32}$



۳) آذر در صف فروشگاه مدرسه، از ابتدای صف نهم و از انتهای صف نامشخص می‌باشد. اگر تعداد افراد داخل صف، عددی زوج و کمتر از ۴۰ باشد، چند نفر می‌توانند بعد از آذر ایستاده باشند؟ (۴ جواب خود را بنویسید.)

۱۸ نفر آذر

۳۸ ۳۶ ۳۴ ۳۲ ۳۰ ۲۸ ۲۶ ۲۴ ۲۲ ۲۰ ۱۸

۳۸ - ۱۸ = ۲۰ ۳۴ - ۱۸ = ۱۶

۳۶ - ۱۸ = ۱۸ ۳۲ - ۱۸ = ۱۴



۴) الف) سه مضرب مشترک برای اعداد ۵ و ۴ بنویسید.

$۲۰ - ۴۰ - ۶۰$

ب) سومین مضرب عدد ۹ را بنویسید.

$۳ \times ۹ = ۲۷$

ج) ۱۰۰، چندمین مضرب عدد ۲ است؟

پنجاهمین $۱۰۰ \div ۲ = ۵۰$

یکان آن (۰، ۲، ۴، ۶، ۸) باشد.

۵) الف) اعداد زوج چگونه شناخته می‌شوند؟

$۲۷ - ۲۴$

ب) دو عدد دو رقمی کوچکتر از ۳۰ بنویسید که از مضرب های ۳ باشند.

$۱۸۴ - ۶۲$

ج) دو عدد زوج بنویسید که دهگان هر کدام مضرب یکان آن باشد.





۱۲ و ۱۸ و ۶ و ۳ و ۲ و ۱

(۶) الف عدد ۲۴، مضرب چه اعدادی است؟

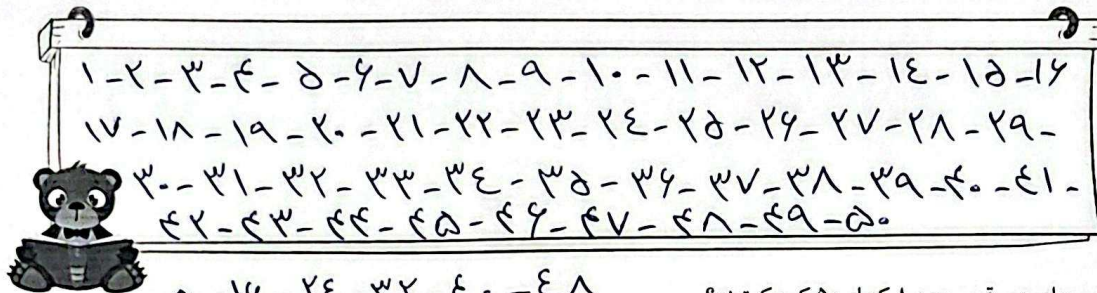
۹۹ و ۳۳ و ۱۱ و ۹ و ۳ و ۱

(ب) عدد ۹۹، مضرب چه اعدادی می باشد؟

۸ و ۴ و ۲ و ۱ و ۲ و ۴ و ۸ و ۱

(ج) عدد ۴۰ مضرب چه اعدادی می باشد؟

(۷) اعداد ۱ تا ۵۰ را نوشته بعد به سوالات زیر پاسخ دهید.



۸-۱۴-۲۴-۳۲-۴۰-۴۸

الف) مضرب های دو رقمی عدد ۸ که از ۵۰ کوچک ترند؟

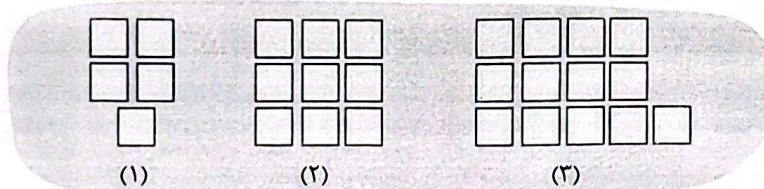
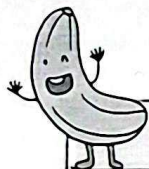
۲-۴-۶-۸

ب) مضرب های یک رقمی عدد ۲ که از ۲۰ کوچک ترند؟

۳۳-۳۶-۳۹-۴۲-۴۵-۴۸

ج) مضرب های دو رقمی عدد ۳ که از ۳۰ بزرگ ترند؟

(۸) با توجه به الگوی زیر، جاهای خالی جدول را با اعداد مناسب کامل کنید.



شماره شکل	۱	۲	۳	۶	۱۳
تعداد مربع ها	۵	۹	۱۳	۲۵	۵۳
رابطه بین شماره شکل و تعداد مربع ها	$(1 \times 4) + 1$	$(2 \times 4) + 1$	$(3 \times 4) + 1$	$(6 \times 4) + 1$	$(13 \times 4) + 1$

الف) چه رابطه ای بین تعداد مربع ها و شماره شکل وجود دارد؟

$$(4 \times \text{شماره شکل}) + 1$$

ب) برای ساختن شکل صدم به چند مربع نیاز داریم؟

$$(100 \times 4) + 1 = 401$$

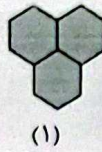
ج) آیا با ۳۶ مربع می توان یکی از شکل های این الگو را رسم کرد؟ چرا؟

فری زرا طبق الگو هم مقدار مربع ها فرار است و به ۳۶ نمی رسد.

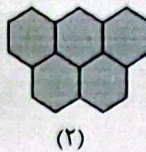
۱۳

انتشارات گراد

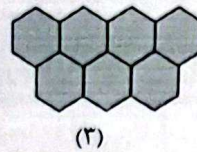
۹) با توجه به الگوی لانه زنبوری زیر جدول را کامل کرده و به سوالات پاسخ دهید.



(۱)



(۲)



(۳)

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد لانه زنبور	۳	۵	۷	۹	۱۱
رابطه بین شماره شکل و تعداد لانه زنبورها	$(1 \times 2) + 1$	$(2 \times 2) + 1$	$(3 \times 2) + 1$	$(4 \times 2) + 1$	$(5 \times 2) + 1$

الف) رابطه‌ی بین شماره شکل و تعداد لانه زنبورها را بنویسید.

$$(شماره شکل \times 2) + 1$$

ب) برای ساختن شکل هجدهم، به چند لانه زنبور نیاز است؟

$$(18 \times 2) + 1 = 37$$

ج) شکل چندم با ۲۵ لانه زنبور ساخته می‌شود؟

رواز هم $(25 - 1) \div 2 = 12$ $\rightarrow (12 \times 2) + 1 = 25$
 الف) نفر بعد سعید از آخر صف، چندمین نفر خواهد بود؟
 ب) اگر بعد از سعید ۲۰ نفر در صف پرتاب توپ باشند، سعید از آخر نفر چندم می‌تواند باشد؟
 ج) نفر ۲۱ (بیست و یکم)
 د) حدیث از یک طرف صف نفر بیستم و از طرف دیگر، نفر هفتم است. نفر وسط چندمین نفر در صف است؟
 ه) نفر چهل و نهم

۱۱) حدیث از یک طرف صف نفر بیستم و از طرف دیگر، نفر هفتم است. نفر وسط چندمین نفر در صف است؟

$19 + 1 + 69 = 89$

$$\begin{array}{r} 89 \\ 19 \\ \hline 69 \\ 1 \\ \hline 70 \end{array}$$

$$44 + 1 + 44 = 89$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ 44 \\ \hline 88 \\ 1 \\ \hline 89 \end{array}$$

نفر چهل و نهم

گروه آمه‌زشی گراد



عدد نویسی

عدد نویسی و مفاهیم مربوط به عدد را در سال گذشته آموخته اید. در این بخش از کتاب، علاوه بر یادآوری مطالب گذشته، دو مبحث جدید گسترده نویسی یک عدد و نوشتن تقریبی عددها را بیان می کنیم.

جدول ارزش مکانی

برای خواندن یک عدد از روی جدول ارزش مکانی، باید از سمت چپ یعنی بزرگترین طبقه شروع کنیم. البته یادآوری می کنیم که در جدول ارزش مکانی دو قسمت داریم، قسمت صحیح و قسمت اعشاری که باید ابتدا آن ها را تشخیص داده، بعد اعداد را در جدول قرار دهیم.

قسمت اعشاری				یکی			هزار			میلیون			میلیارد	
صد هزارم	ده هزارم	هزارم	صدم	دهم	ی	د	ص	ی	د	ص	ی	د	ص	ی
		۷	۰	۵	۴	۰	۰	۳	۹	۱	۰	۲	۰	۶
														۷

طبقه
ارزش مکانی
(مرتبه)

هنگامی که یک عدد از روی جدول خوانده می شود بعد از بیان هر طبقه (و) گذاشته می شود. به این صورت:
عدد بالا ← هفتاد و شش میلیارد و بیست میلیون و صد و نود و سه هزار و چهار و پانصد و هفت هزار.
در بیان طبقه ها نام طبقه ی یکی ها نوشته نمی شود. در قسمت اعشاری، عدد که نوشته شد، نام طبقه، با توجه به آخرین عددی که زیر مرتبه قرار گرفته است نوشته می شود. در قسمت اعشاری (۵۰۷) عدد ۷ زیر مرتبه ی هزارم قرار گرفته و با هزارم بیان می شود. ۵۰۷ هزارم.

مهم ترین نکته در عدد نویسی این است که در قسمت غیر اعشاری عدد، شمارش و جداسازی رقم ها را از سمت راست و به صورت طبقه به طبقه (سه رقم، سه رقم) انجام می دهیم.

۷۶۰۲۰۱۹۳۰۰۴
یکی هزار میلیون میلیارد

۷۶۰۲۰۱۹۳۰۰۴ / ۵۰۷

مثال: مرتبه ی هر یک از ارقام ۵ و ۳ و ۲ را در عدد روبه رو این گونه مشخص می کنیم:

- رقم ۵ در مرتبه ی دهم طبقه ی اعشاری
- رقم ۳ در مرتبه ی یکان طبقه ی هزار
- رقم ۲ در مرتبه ی دهگان طبقه ی میلیون

با ارزش ترین رقم از نظر مکانی، اولین رقم سمت چپ آن عدد و کم ارزش ترین رقم هر عدد، اولین رقم سمت راست آن عدد است. یعنی هر چه به سمت چپ حرکت کنیم ارزش مرتبه ی رقم بیشتر و هر چه به سمت راست حرکت کنیم ارزش مرتبه ی رقم کم تر می شود.

در مثال جدول، با عدد ۷۶۰۲۰۱۹۳۰۰۴ / ۵۰۷ عدد (۷) در سمت راست کمترین ارزش مکانی و عدد (۷) در سمت چپ بیشترین ارزش مکانی را دارد.

برای نوشتن یک عدد با تعدادی رقم، اگر صفر در بین رقم ها باشد نمی تواند در جایگاه با ارزش ترین مکان (اولین رقم سمت چپ) قرار بگیرد چون صفر قبل از عدد خوانده نمی شود.

مثال: با کارت‌های ۱، ۰، ۹، ۵، ۷، ۲ می‌توانیم موارد زیر را بنویسیم.

الف) بزرگ‌ترین عدد ۶ رقمی بسازیم (چون اعداد ۶ تا هستند پس دو طبقه داریم):

هزارها یکی‌ها
 $975210 \rightarrow 975210$

ب) کوچک‌ترین عدد ۶ رقمی بسازیم:

هزارها یکی‌ها
 $102579 \rightarrow 102579$

ج) کوچک‌ترین عدد ۶ رقمی زوج بسازیم:

۱۰۵۷۹۲

برای نوشتن عدد زوج به کارت‌های ۰ یا ۲ نیاز داریم و چون ۲ از ۰ بزرگ‌تر است آن را برای رقم یکان نگه می‌داریم.

گسترده‌نویسی اعداد

برای نوشتن یک عدد به صورت گسترده آن عدد را در جدول ارزش مکانی قرار می‌دهیم سپس هر رقم را در مرتبه‌ی آن ضرب می‌کنیم و در آخر همه‌ی آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

توجه کنید اگر در رقم مربوط صفر داشتیم در گسترده‌نویسی صفر و مرتبه‌اش نوشته نمی‌شوند.

۱۳۵۷ →

هزار					
ی	د	ص	ی	د	ص
۷	۵	۳	۱		

$$1357 \rightarrow (1 \times 1000) + (3 \times 100) + (5 \times 10) + 7 = 1000 + 300 + 50 + 7$$

۱۸۹۰۷۳۴۰۶ / ۰۲۳ →

میلیارد			میلیون			هزار			یکی			قسمت اعشاری		
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
			۱	۸	۹	۰	۷	۳	۴	۰	۶	۰	۲	۳
			الف			ب			ج			د		

طبقه‌ی میلیون‌ها الف → $(1 \times 1000000) + (8 \times 100000) + (9 \times 10000) = 1000000 + 800000 + 90000 =$

طبقه‌ی هزارها ب → $(7 \times 1000) + (3 \times 100) = 7000 + 300 =$

طبقه‌ی یکی‌ها ج → $(4 \times 10) + (6) = 40 + 6 =$

قسمت اعشاری د → $(2 \times 0/01) + (3 \times 0/001) = 0/02 + 0/003 =$

گسترده عدد → $1000000 + 800000 + 90000 + 7000 + 300 + 40 + 6 + 0/02 + 0/003$

نمایش تقریبی

در سال‌های گذشته با نمایش تقریبی عددها با تقریب کمتر از (دهگان، صدگان، هزارگان و...) آشنا شده‌اید. امسال و در این قسمت شما را با نمایش تقریبی اعداد با تقریب‌های بزرگ‌تر (میلیون و میلیارد) آشنا می‌کنیم.



نقطه‌ی آ تقریباً عدد ۳۸ میلیون را نشان می‌دهد.

نقطه‌ی ب تقریباً عدد ۵ میلیون را نشان می‌دهد.

نقطه‌ی ج تقریباً عدد ۵۲ میلیون را نشان می‌دهد.

برای نمایش عددی مثل ۲۷۳۹۳۰۱۰ بهتر است ابتدا آن را به صورت تقریبی ۲۷ میلیون بنویسیم (۲۷,۰۰۰,۰۰۰) سپس روی محور نشان دهیم.

اعداد شرطی

مراحل پیدا کردن اعداد شرطی:



۱- ابتدا در جمله داده شده، زیر هر یک از شرطها را خط می‌کشیم و با انجام هر شرط زیر آن علامت ✓ را می‌گذاریم.

۲- به تعداد رقمها جای خالی می‌گذاریم و عددهای ثابت را در جای گفته شده قرار می‌دهیم.

۳- سپس یکی یکی شرطها را انجام داده و ✓ می‌زنیم.

مثال: کوچکترین عدد زوج ۶ رقمی بخش پذیر بر ۵ که دهگان آن ۲ و یکان هزار آن نصف دهگان باشد. (بدون تکرار ارقام).

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱

مراحل:

۱- ابتدا زیر شرطها خط می‌کشیم. (در جمله بالا ۷ شرط داریم).

۲- به تعداد ارقام جای خالی در نظر می‌گیریم.

(شرط سوم)

(شرط ۵ و ۶) ۱ ۲

هزارها

یکی‌ها

۳- ارقام ثابت سوال را می‌نویسیم.

(شرط ۲ و ۴) ۱ ۲ ۰

هزارها

یکی‌ها

۴- انجام بقیه شرطها به ترتیب مناسب‌تر.

مثال: در این سوال ابتدا باید برای بخش پذیری بر ۵ و زوج بودن یکان را صفر بگذاریم.

(شرط ۱ و ۷) ۳ ۴ ۱ ۵ ۲ ۰

هزارها

یکی‌ها

۵- ارقام را بدون تکرار و از کوچک به بزرگ می‌نویسیم.

به این ترتیب همه شرطها انجام شده و پاسخ درست به دست آمده است.

تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- ۱ عدد ۹۷۵۲۰۱ بزرگ‌ترین عدد فرد شش رقمی است. ☐ درست ☒ نادرست
- ۲ در عدد ۹۷۵۲۰۱۶ عدد ۷ در مرتبه‌ی یکان میلیون قرار دارد. ☐ درست ☒ نادرست
- ۳ در عدد ۹۷۵۲۰۱۶۲۸ اولین رقم ۲ از سمت چپ در مرتبه‌ی صدگان هزار قرار دارد. ☐ درست ☒ نادرست
- ۴ اگر عدد ۹۷۵۲۰۱ را در ۱۰۰ ضرب کنیم رقم ۵ در مرتبه‌ی یکان هزار قرار می‌گیرد. ☐ درست ☒ نادرست

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

- ۱ اگر عدد ۵۳۰۰۷۰۰ را بر ۱۰۰ تقسیم کنیم، ارزش مکانی عدد ۵ دهگان هزار می‌شود. ☒ درست ☐ نادرست
- ۲ بزرگ‌ترین رقم در عدد ۴۲۰۵۰۳۱۹۲ در مرتبه‌ی دهگان قرار دارد. ☒ درست ☐ نادرست
- ۳ در عدد ۸۴۲۵۱۴۳۰۰۶ رقم ۲ در مرتبه‌ی دهگان میلیون و رقم ۸ در مرتبه‌ی یکان میلیارد قرار دارند. ☒ درست ☐ نادرست
- ۴ کمترین مرتبه در عدد ۲۵۳۱۹/۲۰۸ رقم ۸ می‌باشد. ☒ درست ☐ نادرست
- ۵ مقدار تقریبی عدد ۴۸۷۵۶۷۹۱ با تقریب دهگان میلیون ۵ میلیون است. ☒ درست ☐ نادرست

ج) گزینه‌ی درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

- ۱ بزرگ‌ترین عدد بین ۳۵۰۰۰ و ۳۶۰۰۰ با رقم‌های ۱ و ۵ و ۷ و ۹ در کدام گزینه آمده است؟
 الف) ۹۷۵۳۱ ☐ ب) ۵۹۷۳۱ ☐ ج) ۱۳۵۷۹ ☐ د) ۳۵۹۷۱ ☒
- ۲ عدد بیست و نه میلیارد و نود و نه میلیون و نوزده کدام است؟
 الف) ۲۹۹۹۰۰۰۰۱۹ ☐ ب) ۲۹۰۹۹۰۰۰۰۱۹ ☒ ج) ۲۰۹۹۹۰۰۰۱۹ ☐ د) ۲۹۹۹۰۰۰۰۱۹ ☐
- ۳ اگر عدد "بیست و پنج میلیارد و ششصد و نود و دو هزار و هجده" را با تقریب ده میلیون بنویسیم عدد به دست آمده با کدام یک از عددهای زیر برابری می‌کند؟
 الف) ۲۵۰ تا ۱۰ میلیون ☐ ب) ۲۵ تا ۱۰۰ میلیون ☐ ج) ۲۵۰۰۰ تا ۱ میلیون ☒ د) ۲۵۰۰ تا ۱۰۰ میلیون ☐
- ۴ گسترده‌ی عدد "بیست و پنج میلیارد و ششصد و نود هزار و هجده و هفتاد و دو صدم" در کدام گزینه آمده است؟
 الف) $۲۰۰۰۰۰۰۰ + ۵۰۰۰۰۰۰ + ۶۰۰۰۰۰ + ۹۰۰۰ + ۱۰ + ۸ + ۰/۷ + ۰/۰۲$ ☒
 ب) $۲۰۰۰۰۰۰۰ + ۵۰۰۰۰۰۰ + ۶۰۰۰۰۰۰ + ۹۰۰۰ + ۱۰ + ۸ + ۰/۷ + ۰/۰۲$ ☐
 ج) $۲۰۰۰۰۰۰۰ + ۵۰۰۰۰۰۰ + ۶۰۰۰۰۰ + ۹۰۰ + ۱۰ + ۸ + ۰/۰۷ + ۰/۰۲$ ☐
 د) $۲۰۰۰۰۰۰۰ + ۵۰۰۰۰۰۰ + ۶۰۰۰ + ۹۰۰۰ + ۱۰ + ۸ + ۰/۰۷ + ۰/۰۲$ ☐
- ۵ با توجه به محور، فلش (↓) چه عددی را به طور تقریبی نشان می‌دهد؟
 الف) ۵۲۱۷۹۰۱۰۰۰۰ ☐ ب) ۵۱۹۸۶۷۲۷۱۲۳ ☐
 ج) ۵۵۲۳۰۰۰۴۵۶۱ ☐ د) گزینه الف و ب می‌تواند صحیح باشد. ☒

۲۰ میلیارد ۳۰ میلیارد



(د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

۱ در هر ردیف، عدد وسط به کدام یک نزدیک تر است؟ مشخص کنید.

۳۰ میلیارد ۳۸'۶۹۳۷۴۲۰۰۰ ۴۰ میلیارد ✓

۴۵۶/۸۱ ۴۵۶/۸۱۹ ۴۵۶/۸۲ ✓

۵۲۰۰۰۰۰۰ ۵۱۵۱۵۱۵۱ ۵۱۰۰۰۰۰۰ ✓



۲ به سوالات زیر پاسخ دهید.

(الف) بزرگ ترین عدد ۹ رقمی زوج غیر تکراری: ۹۱۷,۹۵۴,۳۱۲
(ب) کوچک ترین عدد ۷ رقمی غیر تکراری با طبقه ی هزار ۱۷۰: ۳۴۵, ۱۷۰
(ج) عدد بین ۶,۰۰۰,۰۰۰ و ۷,۰۰۰,۰۰۰ که فرد باشد: ۶۹۹۹۹۹۹ و ۷۰۰۰۰۰۰

۳ با کارت های ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ به موارد خواسته شده پاسخ دهید:

با حروف

با رقم

(الف) بزرگ ترین عدد زوج ۴ رقمی بین ۲۰۰۰ و ۳۰۰۰

(ب) بزرگ ترین عدد زوج ۷ رقمی

(ج) کوچک ترین عدد فرد ۷ رقمی

(د) بزرگ ترین عدد شش رقمی زوج با رقم صدگان ۵ و رقم دهگان هزار صفر

(و) بزرگ ترین عدد ۵ رقمی کوچک تر از ۶۰,۰۰۰

۴ عدد ۲۶۷۳ با تقریب حذف یکان و دهگان بین دو عدد ۲۶۰۰ و ۲۷۰۰ قرار دارد که به ۲۷۰۰ نزدیک تر است.

پس مقدار تقریبی عدد ۲۶۷۳ با تقریب دهگان می شود. ۲۶۷۰

۵ حدیث با مطالعه در سایت های اینترنتی متوجه شد جمعیت شهرستان سبزوار در استان خراسان رضوی در سال ۱۴۰۰ حدود ۲۹۹۸۰۰ نفر

بوده است. با توجه به این عدد به سوال های زیر پاسخ دهید.

(الف) چه رقمی دارای ارزش مکانی دهگان هزار است؟ ۹

(ب) رقم ۲ در چه مرتبه ای قرار دارد؟ صدگان هزار

(ج) بزرگ ترین رقم از سمت راست، در چه طبقه ای قرار گرفته است؟ در طبقه هزار - یکان هزار

(د) اگر این عدد را در هزار ضرب کنیم، ارزش رقم ۲ چه تغییری می کند؟ از صدگان هزار به صدگان میلیون تغییر می دهد

انتشارات گراد

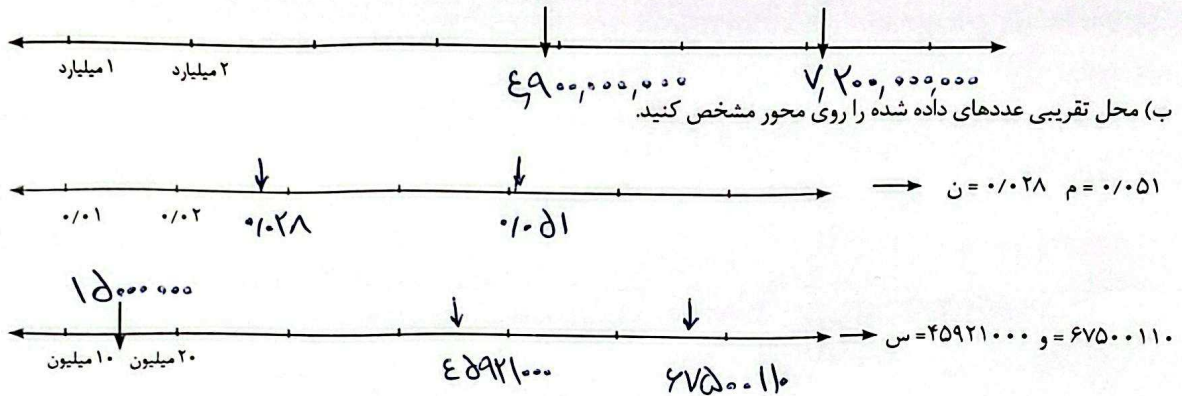
$$299100 \times 1000000 = 299100000000$$

- و) اگر عدد را در ۱ میلیون ضرب کنیم در مرتبه‌های ارقام چه تغییری حاصل می‌شود؟ (می‌توان از جدول ارزش مکانی کمک گرفت) مرتبه‌ها بزرگتر و کوچکتر می‌شوند.
- ر) اگر این عدد را تقریب بزنیم جمعیت سبزوار به‌طور تقریبی چند نفر است؟ ۳۰۰۰۰۰
- ز) عدد مورد (و) را به حروف بنویسید.

روستای نو درون، میلیاردها نفر، ده‌ها میلیون

۶) با توجه به محورهای زیر ابتدا محورها را کامل، سپس:

الف) عدد تقریبی نقاط مشخص شده را بنویسید.



- ۷) مهرسا از مادرش پرسید: من ۹ سال دارم سن من برحسب دقیقه چقدر است؟
- مادرش در پاسخ به این سوال اینگونه توضیح داد که:

شما قبل از توضیح مادر، مقدار سن مهرسا را هر چه زودتر به دقیقه حساب کن.



روش اول: مقدار روزها ۹ سال $9 \times 365 = 3285$

$$3285 \times 24 = 78840$$

$$78840 \times 60 = 4730400$$

روش دوم:

$$24 \times 60 = 1440 \text{ (دقیقه)}$$

$$365 \times 1440 = 525600 \text{ (مقدار دقیقه هادریک سال)}$$

$$525600 \times 9 = 4730400 \text{ (سن بر حسب دقیقه)}$$

گروه آموزشی گراد



بخش پذیری

هرگاه در تقسیمی باقیمانده صفر شود می‌گوییم مقسوم بر مقسوم علیه بخش پذیر است.

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 20} \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

مقسوم
مقسوم علیه
خارج قسمت
باقی مانده

ولی اگر باقیمانده صفر نشود در این صورت مقسوم بر مقسوم علیه بخش پذیر نیست.

$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 26} \\ \underline{26} \\ 0 \end{array}$$

باقی مانده

برای تشخیص بخش پذیری بر اعداد روش‌هایی وجود دارد که در ادامه آنها را بیان می‌کنیم.

بخش پذیری بر ۲

سعید با دسته‌های ده‌تایی و صدتایی که با چوب‌خط‌های خواهر کوچک‌ترش درست کرده بود، می‌خواست بخش پذیری بر ۲ را امتحان کند. او همه‌ی دسته‌ها را نصف کرد تعداد هر دسته مساوی بود و هیچ چوب خطی باقی نماند. او با خودش گفت: دسته‌های ده‌تایی و صدتایی من هر دو بر ۲ بخش پذیرند، پس یاد گرفتم دسته‌های ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰، ۱۰۰۰۰ تایی و... که یکان آنها صفر است بر ۲ بخش پذیرند. سپس دسته‌های ۸ تایی، ۶ تایی و ۴ تایی درست کرد و آن‌ها را به دو قسمت کرد. تعداد هر دسته با هم مساوی بود برای بار سوم دسته‌های ۱۲ تایی، ۱۴ تایی، ۱۶ تایی و ۱۸ تایی درست کرد و اینبار هم نصف بود. متوجه شد که تعداد هر دسته باز هم با هم مساوی شدند و هیچ چوب خطی باقی نماند. برای اطمینان بیشتر از نتایج محاسباتش، می‌خواست دسته‌ی ۱۳ تایی را به دو قسمت کند. نتوانست آن‌ها را به دو قسمت مساوی تقسیم کند. سعید با خودش گفت: فقط دسته‌هایی که یکان آن‌ها ۲، ۴، ۶، ۸ بود را توانستم به دو قسمت مساوی تقسیم کنم پس می‌توان نتیجه گرفت:

اعدادی که رقم یکان آنها صفر یا زوج (۰، ۲، ۴، ۶، ۸) باشد بر ۲ بخش پذیرند.

عزیز من! به عددها دقت کن و از سعید بپرس کدام عددها بر ۲ بخش پذیرند شما هم به او کمک کنید. هر چند خیلی راحت!

۷۳۶۱

۴۵۸۴

۹۲۴۵۱۰

۲۶۸۴۲۵

۹۳۸

یکان عددهای (۴۵۸۴، ۹۲۴۵۱۰، ۹۳۸) زوج هستند پس این اعداد بر ۲ بخش پذیرند.

بخش پذیری بر ۵

سعید دوباره دسته‌های ۱۰ تایی و ۱۰۰ تایی را درست کرد و هر کدام از دسته‌ها را بین اعضای خانواده‌اش تقسیم کرد (پدر - مادر - خواهر بزرگ‌تر، خودش و خواهر کوچک‌ترش) باز هم متوجه شد به هر نفر تعداد مساوی می‌رسد.

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 50} \\ \underline{50} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \overline{) 500} \\ \underline{500} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \overline{) 125} \\ \underline{125} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \overline{) 225} \\ \underline{225} \\ 0 \end{array}$$

چوب خط‌ها را با دسته‌های ۵ تایی و ۱۰ تایی و... دسته‌بندی کرد و هیچ چوب خطی باقی نماند.

پس سعید نتیجه گرفت که:

اعدادی که یکان آن‌ها صفر یا ۵ باشد بر ۵ بخش پذیرند.

انتشارات گراد

مثال: اعداد بخش پذیر بر ۵:

۱۰ ۱۵ ۲۰۰ ۳۸۵ ۴۰۰۰ ۶۸۷۶۵

سعید فهمید که ۱۰ و ۱۰۰ هم بر ۲ و هم بر ۵ بخش پذیر بودند پس می توانیم بگوییم چون حاصل ضرب $2 \times 5 = 10$ است پس ۱۰ هم بر ۲ و هم بر ۵ بخش پذیر است.

۳۳۶

اعدادی بر ۱۰ بخش پذیرند که هم بر ۲ و هم بر ۵ بخش پذیر باشند.

یکان این اعداد صفر است پس: ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰، ... بر ۱۰ بخش پذیرند.

اعدادی که رقم یکان آن ها صفر باشد، حتماً از دسته های ۱۰ تایی تشکیل شده اند، پس بر ۱۰ بخش پذیرند.



بخش پذیری بر ۳

سعید دسته های ۱۰ تایی و ۱۰۰ تایی اش را بین خواهر و برادرش و خودش تقسیم کرد. او در دسته ده تایی، برای هر نفر ۳ تا کنار گذاشت و یک چوب خط باقی ماند.

باقی مانده سعید خواهر برادر



سعید با خودش گفت: چون از تعداد چوب خط ها یکی باقی مانده پس عدد ۱۰ بر ۳ بخش پذیر نیست.

در نتیجه دسته های ۱۰ تایی و ۱۰۰ تایی بر ۳ بخش پذیر نیستند. او به دنبال روش دیگری گشت به همین دلیل چند تقسیم نوشت:

$$27 \rightarrow 2 + 7 = 9 \rightarrow 9 \div 3 = 3$$

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) 27} \\ \underline{9} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array} \rightarrow 27 \text{ بر } 3 \text{ بخش پذیر است.}$$

$$28 \rightarrow 2 + 8 = 10 \rightarrow 10 \div 3 = ?$$

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 28} \\ \underline{9} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array} \rightarrow 28 \text{ بر } 3 \text{ بخش پذیر نیست.}$$



$$538 \rightarrow 5 + 3 + 8 = 16 \rightarrow 16 \div 3 = ?$$

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 538} \\ \underline{15} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array} \rightarrow 538 \text{ بر } 3 \text{ بخش پذیر نیست.}$$

برای تعیین بخش پذیری بر ۳ کافی است مجموع رقم ها را بر ۳ تقسیم کنیم و در صورتی مجموع ارقام آن بر ۳ بخش پذیر می شود که باقیمانده صفر باشد.

۱۲۳

$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$6 \div 3 = 2$$

۴۵

$$4 + 5 = 9$$

$$9 \div 3 = 3$$

۱۵۳۲۱

$$1 + 5 + 3 + 2 + 1 = 12 \rightarrow 1 + 2 = 3$$

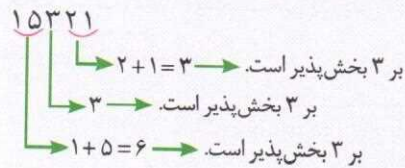
$$3 \div 3 = 1$$

پس نتیجه می گیریم که:

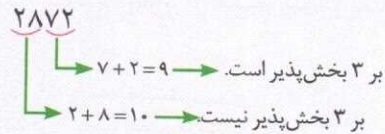
اعدادی بر ۳ بخش پذیرند که مجموع ارقام آن ها بر ۳ بخش پذیر باشد.



آیا می‌دانید برای بخش پذیری بر ۳ می‌توان جمع اعداد را مجزا حساب کرد. به این صورت:



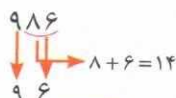
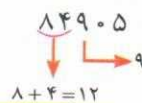
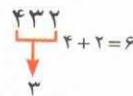
بنابراین عدد ۱۵۳۲۱ بر ۳ بخش پذیر است.



بنابراین عدد ۲۸۷۲ بر ۳ بخش پذیر نیست.



به مثال های زیر دقت کنید:



بخش پذیری بر ۹

سعید با چوب خطها دسته درست کرد و آنها را به ۹ قسمت مساوی تقسیم کرد، او بار دیگر متوجه شد که در تقسیم دسته‌های ۱۰ تایی و ۱۰۰ تایی بر ۹، همیشه باقی‌مانده برابر با ۱ است. بنابراین برای تعیین بخش پذیری عدد بر ۹ کافی است جمع رقم‌هایش بر ۹ بخش پذیر باشد.

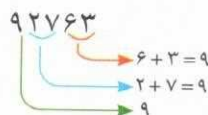
$$18 \rightarrow 1+8=9$$

$$9 \div 9 = 1$$

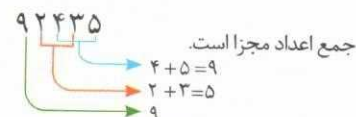
$$\begin{array}{r} 9 \overline{) 9} \\ \underline{9} \\ 0 \end{array}$$

بنابراین ۱۸ بر ۹ بخش پذیر است.

در بخش پذیری بر ۹ می‌توان مانند بخش پذیری بر ۳ عمل کرد (روش حل ریاضی آسان):



بنابراین عدد ۹۲۷۶۳ بر ۹ بخش پذیر است.



بنابراین عدد ۹۲۴۳۵ بر ۹ بخش پذیر نیست.

مثال:

پس نتیجه می‌گیریم: اعدادی بر ۹ بخش پذیرند که مجموع ارقام آن‌ها بر ۹ بخش پذیر باشد.

باتوجه به آنچه از بخش پذیری گفته شد می‌توان دریافت که:

۱- اعدادی که رقم یکان آنها صفر باشد، بر ۱۰ بخش پذیرند.

۲- اعدادی که هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش پذیر باشند، بر ۱۵ هم بخش پذیرند.

۳- اعدادی که هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیر باشند، بر ۶ هم بخش پذیرند.

۴- تمامی اعدادی که بر ۹ بخش پذیرند بر ۳ هم بخش پذیرند اما الزاماً همه اعدادی که بر ۳ بخش پذیرند بر ۹ بخش پذیر نیستند. مانند: ۱۲، ۱۵، ...

۵- هیچ عدد فردی بر هیچ عدد زوجی بخش پذیر نیست.

۶- هر عددی که هم بر ۳ و هم بر ۴ بخش پذیر باشد، بر ۱۲ هم بخش پذیر است.

$$3 \times 4 = 12$$

بخش پذیری بر ۴

می‌دانیم که عدد ۴ از حاصل ضرب (2×2) به دست می‌آید. پس اگر یک عدد را بتوانیم دوبار بر ۲ تقسیم کنیم و باقیمانده صفر شود، قطعاً آن عدد بر ۴ بخش پذیر است و می‌توانیم بگوییم:

اگر نصف عددی زوج باشد آن عدد بر ۴ بخش پذیر است.

پس ۲۸ بر ۴ بخش پذیر است $\rightarrow$ زوج $28 \rightarrow 28 \div 2 = 14$

پس ۹۴ بر ۴ بخش پذیر نیست. $\rightarrow$ فرد $94 \rightarrow 94 \div 2 = 47$

تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- | | | |
|--|--|--|
| ☒ نادرست | ☐ درست | ۱) عددی که بر ۳ بخش پذیرند حتماً بر ۹ هم بخش پذیرند. |
| ☒ نادرست | ☐ درست | ۲) عددی که رقم یکان آن‌ها فرد باشد بر ۳ بخش پذیر هستند. |
| ☐ نادرست | ☒ درست | ۳) کوچک‌ترین عدد بخش پذیر بر ۲ خود عدد ۲ است. |
| ☒ نادرست | ☐ درست | ۴) داخل مربع اگر عدد ۵ بگذاریم عدد بر ۵ بخش پذیر می‌شود. ☐ ۴ ☐ ۷ |

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

- ۱) حاصل جمع دو عدد فرد، همیشه بر ۲ بخش پذیر است.
- ۲) عدد ۱۰۰ کوچک‌ترین عدد سه رقمی بخش پذیر بر ۲ و ۵ است.
- ۳) بزرگ‌ترین عدد ۳ رقمی بخش پذیر بر ۶ ۹۸۴ می‌باشد (بدون تکرار ارقام)
- ۴) همه‌ی مضرب‌های یک عدد بر آن عدد بخش پذیر هستند.

ج) گزینه‌ی درست را با علامت ☒ مشخص کنید.

- ۱) بزرگ‌ترین عدد سه رقمی بخش پذیر بر ۲ بدون تکرار ارقام، کدام است؟
☐ ۹۷۸ (د) ☐ ۹۷۶ (ج) ☐ ۹۶۸ (ب) ☒ ۹۸۶ (الف)
- ۲) کدام یک از اعداد زیر هم بر ۲ هم بر ۵ و هم بر ۹ بخش پذیر است؟
☐ ۴۵ (د) ☐ ۲۸ (ج) ☒ ۹۰ (ب) ☐ ۸۰ (الف)
- ۳) عدد ۹۹۹۹ بر کدام یک از اعداد زیر بخش پذیر نیست؟
☐ ۱۱ (د) ☒ ۶ (ج) ☐ ۳ (ب) ☐ ۹ (الف)
- ۴) حاصل ضرب (27×14) بر کدام یک از اعداد زیر بخش پذیر نیست؟
☒ ۵ (د) ☐ ۳ (ج) ☐ ۹ (ب) ☐ ۲ (الف)



- ۵ در عدد سه رقمی ۸۰ داخل مربع چه عددی می توان قرار داد تا عدد حاصل بر ۶ بخش پذیر باشد؟
 (الف) ۴ ✓ (ب) ۶ (ج) ۷ (د) ۰

(د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

- ۱ اگر دانش آموزان کلاسی ۳۲ نفر باشند، معلم آنها را در گروه های چند نفره قرار دهد تا گروه بندی کلاس درست انجام شود؟

۳۲ → ۲ ۴ ۸ ۱۶

- ۲ در بین اعداد زیر، کدام اعداد بر ۳ بخش پذیر نیستند؟ دور آنها را خط بکشید.

۶۹۸ ۷۵۰ ۱۵ ۴۸۶ ۸۴۵۸۴۵

۱۰۰۰

- ۳ کوچک ترین عدد چهار رقمی بخش پذیر بر ۱۰ را بنویسید. ۱۰۰۰

- ۴ بزرگ ترین عدد سه رقمی که دهگان آن ۵ و بر ۹ بخش پذیر باشد را بنویسید.

۹۵۴

- ۵ مشخص کنید اعداد زیر بر چند بخش پذیرند؟ (بخش پذیری بر اعداد ۲ تا ۱۰)

۵۴۰۹ ۱۰۱۰۴ ۹۹۷۷۲ ۵۶۴۳ ۱۶۰۰۵
 ۹ ۲ ۲ ۹ ۳
 ۲ ۳ ۶ ۸

- ۶ دور اعدادی که هم بر ۵ و هم بر ۳ بخش پذیرند را خط بکشید.

۷۴۲۵ ۳۹۶ ۲۷۸۷۰ ۴۵ ۵۴ ۲۵۲۵۴

- (الف) آیا می توان نتیجه گرفت اعدادی که هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش پذیرند بر ۱۵ هم قابلیت بخش پذیری دارند؟

بله

- (ب) بزرگ ترین عدد سه رقمی بدون تکرار، که بر ۱۵ بخش پذیر است را بنویسید.

۹۷۵

- ۷ مهرباب برای کمک به جشن نیمه شعبان تهیه شربت را برعهده گرفت. او ۷۸ لیتر شربت درست کرد، می خواست آن ها را درون ظرفی که گنجایش ۷۸ لیتر دارد بریزد. مهرباب پیمانه های ۵، ۳، ۹، ۶ و ۲ لیتری را برداشت تا از آن ها استفاده کند. شما به مهرباب کمک کنید و به سوالات زیر پاسخ دهید.

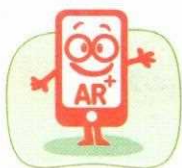
- (الف) با کدام پیمانه ها می تواند بدون اینکه سرخالی یا سرریز شود این کار را انجام دهد؟

۲ ۳ ۶

- (ب) مهرباب از کدام پیمانه استفاده کند تا با دفعات کمتری شربت را در ظرف ۷۸ لیتری بریزد و شربتی باقی نماند؟

۶ لیتری

اعداد صحیح



جمله‌های زیر را با دقت کامل بخوانید.

ساعت ۴ بعد از ظهر دمای هوای سبزوار: 27° بالای صفر است.

دمای بدن نوزادان 35° است.

طبقه ۱- از ساختمان ۷ طبقه و...

توجه کنید! هر کدام از جملات بالا، مفهومی را به شنونده منتقل می‌کند که شنونده باید آنها را به تفکیک، مورد بررسی قرار دهد.

محور اعداد صحیح از دو قسمت تشکیل شده است؛ منفی و مثبت. از این دو علامت برای نشان دادن مقدار کمیت اعداد می‌توان استفاده کرد. می‌توانیم این قرارداد را در نظر بگیریم که: دمای هوای صفر را مبدأ در نظر بگیریم، دمای بالاتر از صفر را با علامت مثبت (+) و دمای پایین‌تر از صفر را با علامت منفی (-) نمایش دهیم.

$+5 = 5$ درجه بالای صفر

$-5 = 5$ درجه زیر صفر

$0 =$ طبقه‌ی همکف (مبدأ)

۱ طبقه پایین‌تر از همکف $\rightarrow$ طبقه‌ی ۱-

۳ طبقه بالاتر از همکف $\rightarrow$ طبقه‌ی ۳+

$+4 \Rightarrow$ ۴ متر بالاتر از سطح دریا $\rightarrow$ سطح دریا مبدأ

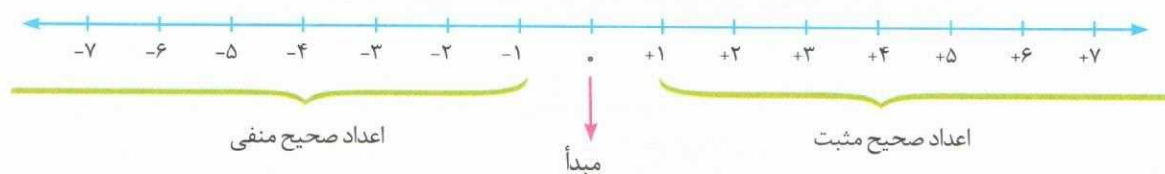
$-20 \Rightarrow$ ۲۰ متر پایین‌تر از سطح دریا



در درس‌های گذشته با عددهای طبیعی آشنا شدیم (۱، ۲، ۳، ۴، ...) اعداد طبیعی هستند)

اگر نقطه‌ی صفر را مبدأ و نقطه‌ی وسط در نظر بگیریم، هر نقطه روی محور اعداد می‌تواند قرینه داشته باشد. قرینه‌ی همه‌ی عددهای طبیعی به همراه صفر مجموعه‌ی عددهای صحیح را می‌سازد.

به محور زیر توجه کنید:



اعداد سمت راست محور را اعداد مثبت و اعداد سمت چپ محور را اعداد منفی می‌نامیم. صفر نه مثبت است نه منفی. در محور اعداد صحیح صفر مبدأ (محل شروع) در نظر گرفته می‌شود.

در نمایش عددهای مثبت می‌توانیم علامت (+) را ننویسیم.

$$+5 = 5$$

۵ همان ۵+ است.

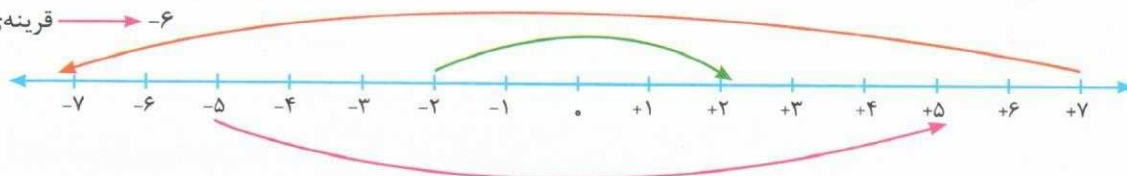


قرینه‌ی عددهای صحیح

در محور اعداد صحیح در صورتی که فاصله‌ی دو عدد از صفر مساوی باشد می‌گوییم آن دو عدد قرینه‌ی یکدیگرند. یعنی فاصله‌ی مبدأ (۰) تا (+۱) و فاصله‌ی مبدأ (۰) تا (-۱) به یک اندازه است. پس می‌گوییم قرینه‌ی +۱ می‌شود -۱ یا بالعکس. به‌طور کلی می‌توان علامت عدد را نسبت به مبدأ تغییر داد یعنی علامت مثبت (+) را به منفی (-) تبدیل کنیم

قرینه‌ی (+۵) → -۵

قرینه‌ی (-۶) → +۶



نکته

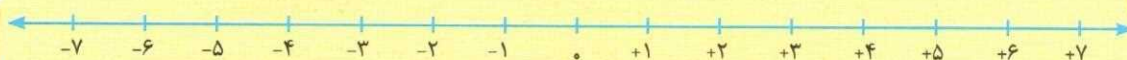
صفر قرینه ندارد یعنی قرینه صفر برابر خود عدد صفر است.



مقایسه اعداد صحیح

در محور اعداد صحیح، روی محور هر چه به سمت راست یعنی (+) مثبت‌ها حرکت کنیم عددها بزرگ‌تر، و هر چه به سمت چپ یعنی (-) منفی‌ها حرکت کنیم عددها کوچک‌تر می‌شوند.

به محور توجه کنید.



$$-1 > -2$$

$$-2 > -3$$

$$-3 > -4$$

عدد -۱ از عدد -۲ بزرگ‌تر است.

عدد -۲ از عدد -۳ بزرگ‌تر است.

عدد +۴ از عدد -۴ بزرگ‌تر است.

$$+1 < +2$$

$$+2 < +3$$

$$+3 < +4$$

به‌طور کلی اعداد مثبت از صفر و همه‌ی اعداد منفی بزرگ‌تر هستند.

نکته

۱- هر عدد صحیح (مثبت) از هر عدد صحیح (منفی) بزرگ‌تر است.

۲- تمام اعداد صحیح (مثبت) از صفر بزرگ‌ترند.

۳- تمام اعداد صحیح (منفی) از صفر کوچک‌ترند.

۴- در مقایسه اعداد صحیح منفی، هر چه مقدار عدد بیشتر باشد آن عدد کوچک‌تر است. $-180 < -1$

در مقایسه اعداد صحیح مثبت، هر چه مقدار عدد بیشتر باشد آن عدد بزرگ‌تر است. $+180 > +1$



تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- ☒ نادرست ☐ درست
☐ نادرست ☒ درست
☐ نادرست ☒ درست
☒ نادرست ☐ درست

- ۱) کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت، صفر است.
 ۲) بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی دو رقمی ۱۰- است.
 ۳) قرینه‌ی ۶- از خود عدد بزرگ‌تر است.
 ۴) در اعداد صحیح منفی، می‌توان علامت - (منفی) را نگذاشت.

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

- ۱) صفر از همه‌ی اعداد صحیح منفی بزرگ‌تر است.
 ۲) بزرگ‌ترین عدد صحیح مثبت دو رقمی، عدد ۹۹ است.
 ۳) در مقایسه‌ی دو عدد صحیح روی محور، عددی بزرگ‌تر است که سمت راست عدد دیگر باشد.
 ۴) بین دو عدد صحیح ۲ و ۱۳، تعداد ۱۱ عدد صحیح وجود دارد.

ج) گزینه‌ی درست را با علامت مشخص کنید.

- ۱) فاصله‌ی بین ۴+ تا قرینه‌اش چند واحد است؟
 الف) صفر ب) ۸ واحد ☒ ج) ۷- واحد ☐ د) ۶+ واحد ☐
 ۲) در کدام گزینه اعداد صحیح به ترتیب از بزرگ به کوچک نوشته شده‌اند؟ (از سمت چپ به راست)
 الف) ۱۸۰- و ۴۶- و ۲- و ۱- و ۰ ☐ ب) ۱۰۰- و ۱۸- و ۱۲- و ۱+ ☒
 ج) ۴- و ۵- و ۶- و ۷- ☐ د) ۶۶+ و ۱۳+ و ۱۲+ و ۰ ☐
 ۳) در الگوی روبه‌رو عدد پنجم چه عددی می‌تواند باشد؟
 الف) ۶- ☐ ب) ۳+ ☐ ج) ۶+ ☒ د) ۹+ ☐
 ...، ۰، ۳-، ۹-، ۱۲-

د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

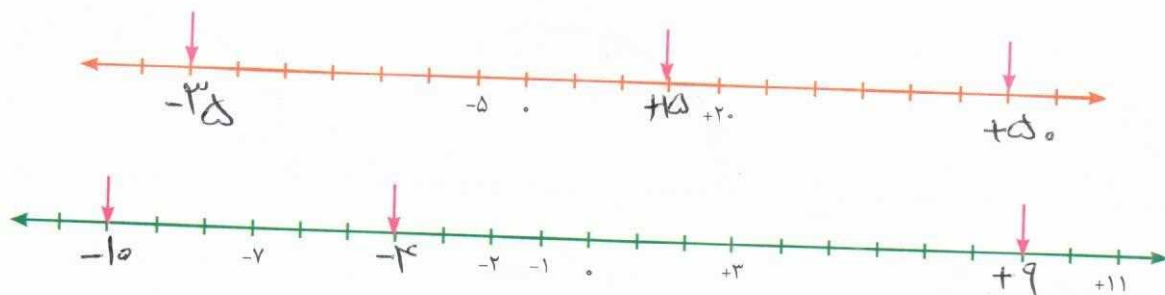
- ۱) علامت $\leq$ بگذارید.
 قرینه‌ی ۶+ $>$ قرینه‌ی ۶- ۶۶ $>$ ۶۶ ۷۳ $=$ ۷۳ ۱۲ $<$ ۱۲۰-
 قرینه‌ی ۱۳ $>$ ۱۳+ ۵۱- $>$ ۱۵+ ۰ $<$ ۱+

۲) هر یک از موارد زیر را به صورت عدد صحیح علامت‌دار نشان دهید.

- الف) ۵ درجه بالای صفر $+5$ ب) ۱۴ متر پایین‌تر از سطح دریا -14
 ج) ۲ طبقه زیر طبقه‌ی همکف -2 د) ساعت ۱۲ $+12$
 ه) ۵ (صد) 5 ن) طبقه‌ی همکف 0
 سوال عوض شود
 در ۱۳ صبح $+13$

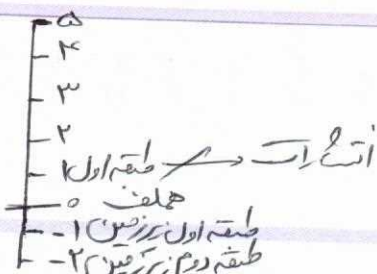


۳ هر یک از نقاط مشخص شده روی محورها چه عددی را نشان می‌دهد؟



۴ انتشارات کتاب کمک درسی در طبقه‌ی اول ساختمان ۵ طبقه‌ی آزاد قرار دارد و ۲ طبقه هم زیر زمین دارد. اگر طبقه‌ی همکف را به عنوان مبدأ در نظر بگیریم،

الف) نمودار مربوط به ساختمان را رسم کنید.



ب) حدیث برای انجام کاری در انتشارات از طبقه‌ی همکف، یک طبقه پایین رفته و سپس دو طبقه بالا می‌رود، اگر دوباره سه طبقه پایین برود، چند طبقه باید بالا یا پایین بیاید تا به انتشارات برسد؟

سه طبقه باید بالا برود تا به انتشارات برسد

۵ اعداد زیر را به ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

۱۵ و قرینه‌ی (-۶) و -۷ و +۲ و ۰ و -۱۱

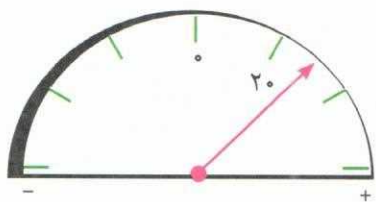
(از چپ به راست نوشته شود)

→ -۱۱ و -۷ و ۰ و +۲ و +۶ و +۱۵

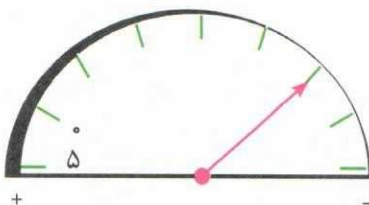
۶ جدول زیر را کامل کنید. با مقایسه‌ی فاصله‌ی عدد بالایی و پایینی در هر ستون چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ (عدد صفر به عنوان مبدأ در نظر گرفته شود)

عدد	۹	-۳			-۲۹
قرینه عدد	-۹	+۳			۲۹

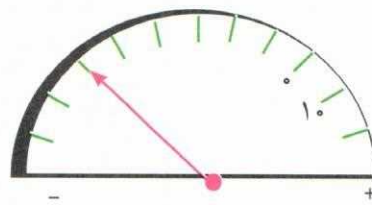
۷ با توجه به محل صفر و جهت‌های مثبت و منفی، روی هر شکل، درجه‌ای را که عقربه نشان می‌دهد با عدد صحیح بنویسید.



الف) $+ ۳۵$

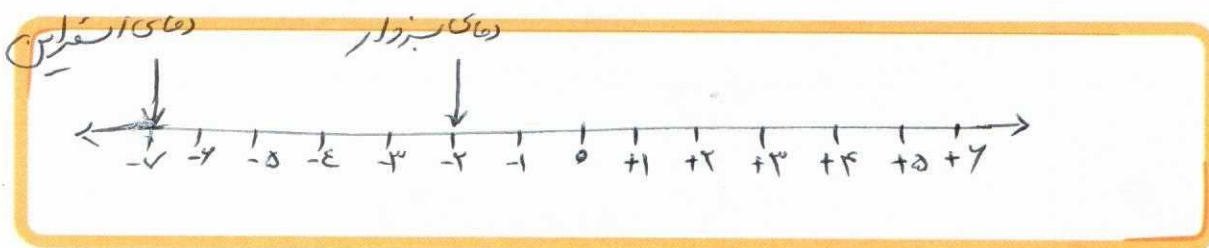


ب) $- ۲۵$



ج) $- ۱۰$

۸ در دی ماه دمای هوای سبزوار ۲ درجه زیر صفر است. اگر اسفراین ۵ درجه سردتر از سبزوار باشد، دمای هوای اسفراین چند درجه است؟
(روی محور اعداد صحیح نشان دهید.)



۹ اگر ساعت ۱۲ ظهر را مبدأ در نظر بگیریم و هر ساعت یک واحد صحیح باشد. کدام یک از عبارت‌های زیر بیان‌کننده‌ی یک عدد صحیح است؟

الف) ۱۲۰ دقیقه قبل از ظهر ✓ $- ۲$

ب) ۴۳ دقیقه بعد از ظهر

ج) ساعت ۷ / ۴۵' قبل از ظهر

د) ساعت ۵ و ۲۸ دقیقه بعد از ظهر



فصل ۲

کسر

درس نامه

جمع و تفریق کسرها

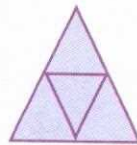
در سال‌های قبل، مفاهیم کسر و عملیات مختلف روی کسرها و عددهای مخلوط را یاد گرفته‌اید. در پایه‌ی ششم ابتدا مرور مختصری بر آموخته‌های قبلی داریم سپس راه‌های جدید انجام دادن چهار عمل اصلی روی کسرها و اعداد مخلوط بیان می‌شود. در یک واحد کامل فرق نمی‌کند که واحد چند قسمتی باشد، مهم این است که تمام قسمت‌ها از نظر مساحت مساوی باشند، اگر تمام قسمت‌ها رنگی باشند واحد کامل به حساب می‌آیند.



$$\frac{6}{6} = 1$$



$$\frac{1}{1} = 1$$



$$\frac{4}{4} = 1$$



$$\frac{3}{3} = 1$$

کسرها به دو صورت نمایش داده می‌شوند:

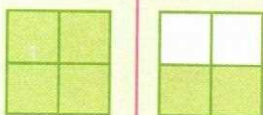


۱- به صورتی که شکل‌ها به هم چسبیده‌اند. **مثال:** $\frac{3}{4}$



۲- به صورتی که شکل‌ها از هم جدا هستند. **مثال:** $\frac{3}{4}$

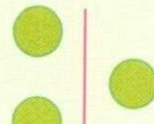
جزئی از یک واحد را با کسر نشان می‌دهیم:



$$\frac{2}{4}$$



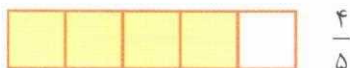
$$\frac{1}{3}$$



$$\frac{1}{2}$$

انواع کسرها

۱- کسره‌های کوچک‌تر از واحد $\leftarrow$ یعنی صورت کسر از مخرج کسر (که همان واحد کامل است) کوچک‌تر باشد.

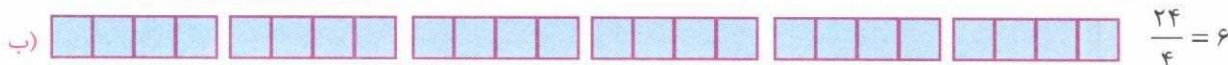


$$\frac{4}{5}$$

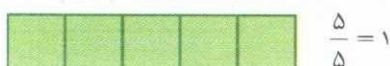
۲- کسره‌های بزرگ‌تر از واحد $\leftarrow$ یعنی صورت کسر از مخرج کسر (که همان واحد کامل است) بزرگ‌تر باشد.



$$\frac{5}{3}$$



$$\frac{24}{4} = 6$$



$$\frac{5}{5} = 1$$

۳- کسره‌های برابر با یک واحد $\leftarrow$ کسرهایی که صورت و مخرج آنها مثل هم باشند.

$$\frac{0}{8} = 0 \quad \frac{0}{3} = 0$$

۴- کسره‌های برابر با صفر $\leftarrow$ کسرهایی که صورت آنها صفر باشد

۵- کسره‌های تعریف نشده $\leftarrow$ کسرهایی که مخرج آنها صفر باشد، کسر محسوب نمی‌شوند.



در بین انواع کسرها، فقط کسره‌های بزرگ‌تر از واحد را می‌توان به عدد مخلوط تبدیل کرد.

$$\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$



مثال:



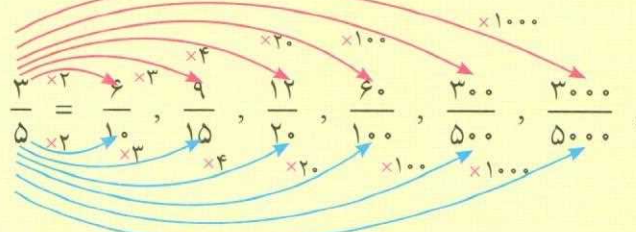
برای تبدیل عدد مخلوط به کسر کافی است واحد کامل را در مخرج ضرب کنیم و حاصل را با صورت جمع کنیم، به این ترتیب صورت کسر به دست می‌آید، مخرج هم خودش نوشته می‌شود.

$$1\frac{2}{3} = \frac{(1 \times 3) + 2}{3} = \frac{5}{3}$$

مثال:

کسره‌های مساوی

برای نوشتن کسره‌های برابر با یک کسر فقط کافی است صورت و مخرج آن کسر را در عددهای طبیعی ضرب کنیم که می‌توان بی‌شمار کسر مساوی یا یک کسر نوشت.

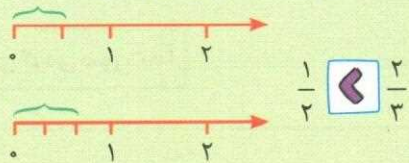


همچنین اگر صورت و مخرج کسر را بر یک عدد مشترک تقسیم کنیم، کسره‌های مساوی به دست می‌آید. همانطور که در ساده کردن کسرها این کار را انجام می‌دهیم.

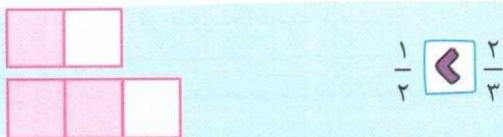


مقایسه کسرها و اعداد مخلوط:

۱- با کمک محور: برای هر دو کسر، محورهای مساوی با واحدهای یکسان و زیر هم می کشیم و بین واحدها را بر اساس مخرج تقسیم بندی می کنیم.



۲- به کمک رسم شکل:



۳- به کمک هم مخرج کردن:

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{6} \quad \frac{2}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{4}{6}$$

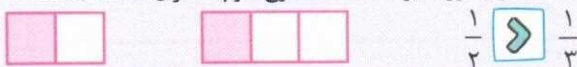
$$\frac{3}{6} < \frac{4}{6}$$

۴- روش تحلیلی: گاهی اوقات این روش قابل استفاده است. مثلاً زمانی که یکی از کسرها از نصف کمتر و دیگری از نصف بیشتر باشد.

$$\frac{1}{3} < \frac{3}{5} \quad (\text{از نصف بیشتر})$$

۱. مقایسه

در مقایسه ی کسرها اگر دو کسر صورت برابر باشند، کسری بزرگ تر است که مخرج کوچک تری داشته باشد.



۲. مقایسه

برای مقایسه ی دو کسر با مخرج نامساوی یک راه میانبر هست که مدل پروانه ای نام دارد. (بعد از مخرج مشترک گرفتن)

$$3 \times 6 = 18 \quad 18 \times \frac{3}{4} = \frac{54}{4} \quad 20 \times \frac{5}{6} = \frac{100}{6}$$

مقایسه ی کسرها (ترتیب کسرها از کوچک به بزرگ یا بالعکس)

برای مقایسه ی کسرها سه حالت ممکن اتفاق می افتد.

۱- حالت اول: کسرهایی که دارای مخرج مساوی هستند؛ کسری بزرگ تر است که صورت بزرگ تری داشته باشد.

$$\frac{4}{5} < \frac{6}{5}$$

۲- حالت دوم: کسرهایی که دارای صورت های مساوی هستند؛ کسری بزرگ تر است که مخرج کوچک تری داشته باشد.

$$\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$$

۳- حالت سوم: کسرهایی که نه صورت مساوی و نه مخرج مساوی دارند، که ابتدا هر دو کسر را (مانند آنچه بیان شد) هم مخرج کرده و بعد مقایسه می کنیم.

مقایسه به کمک مساوی کردن مخرج ها

$$\frac{44}{60} \leftarrow \frac{11 \times 4}{15 \times 4} \quad \frac{8 \times 5}{12 \times 5} \rightarrow \frac{40}{60}$$

انتشارات گراد

چون بین دو کسر با مخرج مساوی، کسری بزرگتر است که صورت بزرگتری داشته باشد. پس $\frac{44}{60}$ بزرگتر است.

$$\frac{44}{60} > \frac{40}{60} \Rightarrow \frac{11}{15} > \frac{8}{12}$$

مقایسه به کمک مساوی کردن صورتها

توجه! توجه داشته باشید که تنها در مقایسه ی کسرها می توان از مساوی کردن صورتها کمک گرفت.

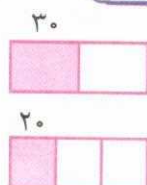
$$\frac{11 \times 8}{15 \times 8} \square \frac{8 \times 11}{12 \times 11} \Rightarrow \frac{88}{120} > \frac{88}{132}$$

توجه! اگر کسری بزرگتر از واحد، یا عدد مخلوطی داریم که قسمت کسری آن بزرگتر از واحد است، ابتدا باید عدد مخلوط درست را بنویسیم و بعد مقایسه را انجام دهیم.

اگر کسر مربوطه بزرگتر از واحد باشد **مانند:**

باید کسر را به عدد مخلوط تبدیل کرد.

$$1\frac{6}{5} \square 1\frac{2}{3}$$

$$1\frac{6}{5} \Rightarrow 1 + 1\frac{1}{5} = 2\frac{1}{5} \Rightarrow \text{پس } 1\frac{6}{5} > 1\frac{2}{3}$$


در بعضی از مقایسه ها که اغلب به صورت مسأله می آید، بهتر است از رسم شکل استفاده کنیم.

مثال: اگر $\frac{1}{3}$ از کتاب ۶۰ صفحه ای و سمانه نصف آن را خوانده باشند، کدام یک، تعداد صفحات بیشتری خوانده است؟

توجه! کسرهایی نصف طلایی، کسرهایی که صورت آنها نصف مخرج باشد برابر $\frac{1}{2}$ هستند.

کسرهایی که صورت آنها از نصف مخرج کمتر باشد از $\frac{1}{2}$ کوچکتر هستند، مانند $\frac{2}{3}$ و $\frac{2}{7}$ کسرهایی که صورت آنها از نصف مخرج بیشتر باشد از $\frac{1}{2}$ بزرگتر هستند. مانند: $\frac{3}{4}$ ، $\frac{6}{10}$

مقایسه ی اعداد مخلوط

در مقایسه ی اعداد مخلوط ابتدا واحدهای کامل (عددهای صحیح) را مقایسه کرده سپس به سراغ قسمتهای کسری می رویم. (مقایسه ی کسرها بر اساس حالت های متفاوت)

$$0\frac{7}{8} < 0\frac{4}{5}$$

مرتب سازی اعداد مخلوط و کسرها



- ۱- تبدیل کسرهایی بزرگتر از واحد به عدد مخلوط
- ۲- محدوده بندی اعداد (زیر صفر، بین صفر و یک، بین ۱ و ۲ و ...)
- ۳- مقایسه ی اعداد در هر محدوده
- ۴- به ترتیب نوشتن عددهای گروه ها (کسرها و اعداد مخلوط معادل)
- ۵- مرتب سازی کسرها و اعداد مخلوط اولیه



مثال: می خواهیم اعداد زیر را به ترتیب از کوچک به بزرگ (از راست به چپ) مرتب کنیم.



$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{6}{5}, \frac{1}{18}, 5, 1\frac{1}{3}$$



$$\frac{6}{5} = 1\frac{1}{5} \rightarrow 1\frac{1}{5} < 1\frac{1}{3}$$

$$1 < 5$$

$$(0\text{ تا }1) \rightarrow \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{1}{18}$$

$$(2\text{ تا }1) \rightarrow 1\frac{1}{5}, 1\frac{1}{3}$$

بین دو کسر کوچک تر از واحد می توانیم دو کسر را با توجه به صورت های مساوی یا مخرج های مساوی مقایسه کنیم.

این نکته در مرتب سازی کسرها، زمانی که چندین کسر با مخرج های بسیار نامرتب داریم و بین صورت کسرها راحت تر عدد مشترک پیدا می شود،

$$\frac{1 \times 6}{3 \times 6} \quad \frac{1}{18} \Rightarrow \frac{6}{18} > \frac{1}{18}$$

کار مقایسه را بسیار آسان می کند.

$$\frac{1}{18}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{5}{6}, 1, \frac{6}{5}, 1\frac{1}{5}, 5$$

$$\frac{1}{18} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{5}{6}$$

در نتیجه:

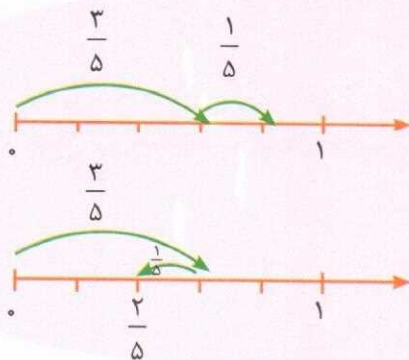
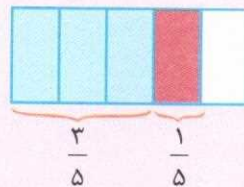
حال کسرها را بالا را مرتب می کنیم:

جمع و تفریق اعداد کسری

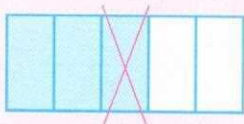
می دانیم که برای جمع و تفریق چند کسر یا عدد مخلوط، ابتدا مخرج ها باید مساوی (مشترک) شوند، سپس عملیات جمع یا تفریق را انجام می دهیم.

روش های جمع یا تفریق کسرها

۱- گاهی اوقات در دو کسر مخرج ها با هم مساوی هستند که در این صورت فقط، صورت ها جمع و تفریق می شوند و یکی از مخرج ها نوشته می شود.



$$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \quad \leftarrow \text{جمع}$$



$$\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5} \quad \leftarrow \text{تفریق}$$

۲- گاهی اوقات یکی از مخرج ها بر مخرج دیگر بخش پذیر است که در این صورت کسرها به سادگی هم مخرج می شوند.

$$\begin{aligned} \text{جمع} &\rightarrow \frac{4}{6} + \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6} \\ \text{جمع} &\rightarrow \frac{1}{3} + \frac{8 \div 4}{12 \div 4} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1 \\ \text{تفریق} &\rightarrow \frac{4}{6} - \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$



۳- گاهی اوقات مخرج کسرها بر هم بخش پذیر نیستند که در این صورت می توان با نوشتن کسرهای مساوی به مخرج مشترک رسید.



$$\frac{4}{5} + \frac{3}{7} = \frac{28}{35} + \frac{15}{35} = \frac{43}{35}$$

$$\frac{4}{5} \Rightarrow \frac{8}{10}, \frac{12}{15}, \frac{16}{20}, \frac{20}{25}, \frac{24}{30}, \frac{28}{35}, \frac{32}{40}, \dots$$

$$\frac{3}{7} \Rightarrow \frac{6}{14}, \frac{9}{21}, \frac{12}{28}, \frac{15}{35}, \frac{18}{42}, \dots$$



۴- برای پیدا کردن مخرج مشترک می توان، مضرب هر یک از مخرج ها را هم نوشت. اولین مضرب مشترک بین آنها، همان کوچک ترین مخرج مشترک کسرهاست.

$$\frac{4 \times 7}{5 \times 7} + \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{28}{35} + \frac{15}{35} = \frac{43}{35}$$

مضرب های ۵ → ۵, ۱۰, ۱۵, ۲۰, ۲۵, ۳۰, ۳۵, ۴۰, ۴۵, ...

مضرب های ۷ → ۷, ۱۴, ۲۱, ۲۸, ۳۵, ۴۲, ۴۹, ...

۳۵ کوچک ترین و اولین مضرب مشترک بین ۵ و ۷ است.

جمع و تفریق اعداد مخلوط

برای جمع و تفریق عددهای مخلوط اولین کار را روی واحدها انجام می دهیم. (جمع و تفریق) بعد به سمت مخرج های هر کدام رفته و به یکی از روش های بالا مخرج را مشترک می کنیم و با توجه به علامت بین عددها، تفریق یا جمع می کنیم. **مثال:**

$$2\frac{3 \times 3}{4 \times 3} + 3\frac{1 \times 2}{6 \times 2} = 2\frac{9}{12} + 3\frac{2}{12} = 5\frac{11}{12}$$

مثال ۱: روش نوشتن کسرهای مساوی یا نوشتن مضرب های مخرج:

مضرب های ۴: ۴, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۰, ۲۴, ...

مضرب های ۶: ۶, ۱۲, ۱۸, ۲۴, ...

$$3\frac{3 \times 3}{4 \times 3} - 2\frac{1 \times 2}{6 \times 2} = 3\frac{9}{12} - 2\frac{2}{12} = 1\frac{7}{12}$$

۱۲ کوچک ترین مخرج مشترک بین دو کسر است.

قرض گرفتن

$$4\frac{3 \times 4}{15 \times 4} - 3\frac{6 \times 3}{20 \times 3} = 4\frac{12}{60} - 3\frac{18}{60} = 3\frac{72}{60} - 3\frac{18}{60} = 5\frac{4}{60} = 1\frac{1}{15}$$

مضرب های ۱۵ → ۱۵, ۳۰, ۴۵, ۶۰, ۷۵, ...

مضرب های ۲۰ → ۲۰, ۴۰, ۶۰, ۸۰, ...

مثال ۲:

توجه: از ۴ واحد، یک واحد برای کسر $\frac{12}{60}$ قرض گرفتیم که آن یک واحد برابر با $\frac{60}{60}$ می باشد و جمع آن با $\frac{12}{60}$ می شود $\frac{72}{60}$



همانطور که می‌بینید گاهی اوقات در تفریق بین دو عدد مخلوط، که مخرج آنها هم مساوی شده است، صورت کسر اول از صورت کسر دوم کوچک‌تر است و نمی‌توان تفریق را انجام داد. در این صورت از واحد عدد اول به قسمت کسری آن قرض می‌دهیم و سپس عملیات را انجام می‌دهیم.

$$4\frac{3}{15} - 3\frac{6}{20} = 4\frac{12}{60} - 3\frac{18}{60} = 3\frac{72}{60} - 3\frac{18}{60} = \frac{54}{60} = \frac{9}{10}$$

مثال ۳: گاهی اوقات در تفریق کسرها یا اعداد مخلوط یک عامل ما واحد کامل است که با توجه به جایگاه واحد کامل راه حل را انجام می‌دهیم.

$$5 - 2\frac{1}{8} =$$

اگر واحد کامل اول آمده بود از واحدهای کامل (۵)، یک واحد کم می‌کنیم بعد همان یک واحد را جلوی آن به صورت کسری می‌نویسیم. کسر مربوطه با توجه به مخرج کسر دوم نوشته می‌شود و بعد عملیات را به این روش جلو می‌بریم.

$$5 - 2\frac{1}{8} = 4\frac{8}{8} - 2\frac{1}{8} = 2\frac{7}{8}$$

ولی اگر واحد کامل، عامل دوم بود کار راحت‌تر است. واحد کامل را از واحد کامل کسر اولی کم می‌کنیم بعد کسر مربوطه نوشته می‌شود.

$$5\frac{1}{8} - 2 = 3\frac{1}{8}$$

به مثال زیر دقت کنید:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} - \frac{4}{20} =$$

در جمع یا تفریق کسرهایی چند عاملی که مخرج‌های نامساوی دارند. **مانند** ←

ابتدا به بزرگ‌ترین مخرج نگاه می‌کنیم اگر به مخرج‌های دیگر بخش‌پذیر بود، همان مخرج بزرگ‌تر را به عنوان مخرج مشترک در نظر می‌گیریم. مانند کسرهایی بالا که عدد ۲۰ هم بر ۲ و هم بر ۵ بخش‌پذیر است و به عنوان مخرج مشترک در نظر گرفته می‌شود.

$$\frac{1 \times 10}{2 \times 10} + \frac{3 \times 4}{5 \times 4} - \frac{4}{20} = \frac{10}{20} + \frac{12}{20} - \frac{4}{20} = \frac{10+12-4}{20} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$$

ولی اگر مخرج‌ها نامساوی بود و هیچ کدام بر هم بخش‌پذیر نبودند، مضرب‌های مخرج بزرگ‌تر را نوشته، هر کدام از مضرب‌ها بر مخرج‌های دیگر بخش‌پذیر بود، آن را به عنوان مخرج مشترک در نظر می‌گیریم. **مانند:**

مضرب‌های ۶: $\rightarrow 6, 12, 18, 24, 30, 36, \dots$

$$\frac{1 \times 15}{2 \times 15} + \frac{3 \times 6}{5 \times 6} + \frac{2 \times 5}{6 \times 5} =$$

$$\frac{15}{30} + \frac{18}{30} + \frac{10}{30} = \frac{15+18+10}{30} = \frac{43}{30} = 1\frac{13}{30}$$



تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

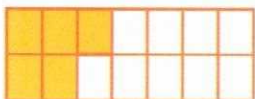
- ۱) کوچکترین مضرب مشترک بین ۱۶ و ۱۲، عدد ۴۸ می‌باشد. ☐ درست ☐ نادرست
- ۲) کسری که صورت آن صفر باشد برابر با صفر است. ☐ درست ☒ نادرست
- ۳) سومین مضرب ۱۵ عدد ۴۵ است. ☐ درست ☒ نادرست

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

- ۱) در بین انواع کسرها، فقط کسرهایی که صورت از مخرج کوچکتر باشد را می‌توان به عدد مخلوط تبدیل کرد.
- ۲) بهترین مخرج مشترک بین ۶ و ۸ عدد ۲۴ می‌باشد.
- ۳) کسر مساوی با $\frac{8}{9}$ ، کسر $\frac{24}{27}$ می‌باشد.
- ۴) کوچکترین مخرج مشترک بین دو کسر $\frac{3}{5}$ و $\frac{4}{8}$ ، برابر با ۴۰ است.

ج) گزینه‌ی درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

- ۱) عدد مخلوط کسر $\frac{162}{13}$ در کدام گزینه آمده است؟
 الف) $6\frac{12}{13}$ ☐ ب) $12\frac{6}{13}$ ☒ ج) $13\frac{6}{13}$ ☐ د) $13\frac{12}{6}$ ☐
- ۲) اگر ۵ تا $\frac{3}{9}$ را جمع کنیم، حاصل، کدام عدد می‌شود؟
 الف) $1\frac{6}{9}$ ☐ ب) $\frac{15}{45}$ ☐ ج) $\frac{15}{9}$ ☐ د) گزینه الف و ج ☒
- ۳) حدیث، فرزند و پرهام به ترتیب $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{6}$ از یک نان را خورده‌اند. چه مقدار از این نان باقی مانده است؟
 الف) هیچ ☒ ب) $\frac{6}{5}$ ☐ ج) $\frac{1}{2}$ ☐ د) $\frac{5}{6}$ ☐
- ۴) در شکل زیر چند خانه ی دیگر باید رنگ شود تا $\frac{6}{7}$ شکل رنگ شده باشد؟
 الف) ۷ خانه ☒ ب) ۱ خانه ☐ ج) ۶ خانه ☐ د) ۳ خانه ☐

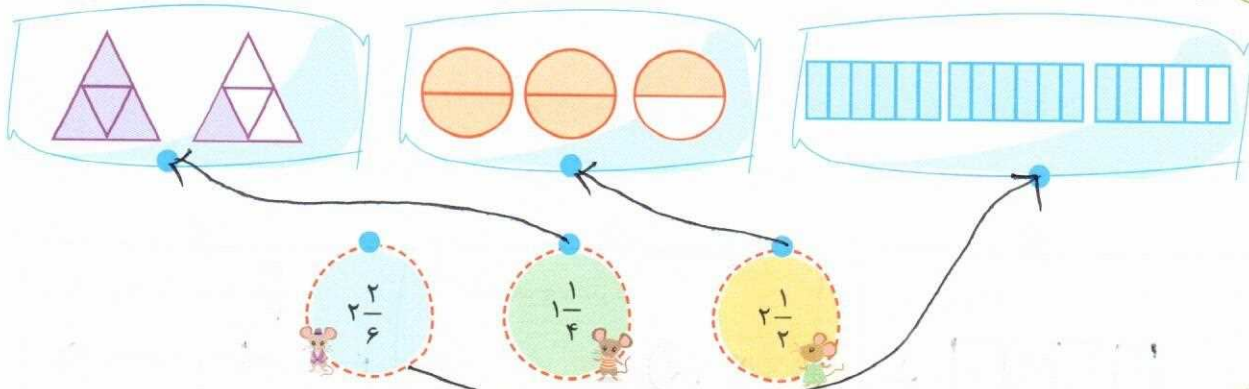


- ۵) در کدام گزینه، همه کسرها با یکدیگر برابر نیستند؟
 الف) $\frac{20}{30}$ ، $\frac{8}{24}$ ، $\frac{1}{3}$ ☐ ب) $\frac{5}{19}$ ، $\frac{15}{57}$ ، $\frac{1}{9}$ ☒ ج) $\frac{24}{48}$ ، $\frac{2}{4}$ ، $\frac{1}{2}$ ☐ د) $\frac{3}{8}$ ، $\frac{36}{96}$ ، $\frac{6}{16}$ ☐



(د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

۱ هر شکل را به عدد مخلوط مربوط به آن وصل کنید.



۲ سه کسر مساوی برای هر کدام از کسرهای زیر بنویسید.

الف) $\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{15}{18} = \frac{20}{24}$

ب) $\frac{14}{7} = \frac{28}{14} = \frac{2}{1} = \frac{42}{21}$

۳ حاصل عبارتهای زیر را با استفاده از راه حل مربوطه به دست آورید.

الف) $\frac{7}{9} + \frac{2}{9} = \frac{9}{9} = 1$

ب) $1\frac{34}{54} + 2\frac{5}{18} = 1\frac{9}{18} + 2\frac{5}{18} = 3\frac{14}{18} = 3\frac{7}{9}$

ج) $\frac{5 \times 7 \times 12}{18 \times 7 \times 12} - \frac{25}{14} = \frac{11}{14}$

د) $4\frac{14}{24} - 3\frac{6}{27} = 1\frac{3}{12} - \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$

و) $12\frac{3}{5} - 4 = 8\frac{3}{5}$

ز) $1 - 3\frac{4}{9} = 7\frac{9}{9} - 3\frac{4}{9} = 4\frac{5}{9}$

۴ عددهای زیر را از کوچک به بزرگ (از چپ به راست) مرتب کنید.

$\frac{7}{8}, \frac{4}{7}, \frac{15}{6}, 2\frac{1}{4}, 2, \frac{4}{5} < \frac{7}{8} < 2\frac{1}{4} < \frac{15}{6} < 3$

۵ زیر عدد مناسب داخل کمانک (پرانتز) خط بکشید.

الف) حاصل جمع $\frac{4}{5} + \frac{1}{3}$ به عدد $(\frac{19}{15})$ نزدیکتر است. $\frac{3}{2}$

ب) حاصل عبارت $\frac{91}{99} + \frac{99}{100}$ به عدد $(2, 3)$ نزدیکتر است. $\frac{2}{3}$

ج) حاصل تفریق $\frac{6}{8} - \frac{1}{2}$ به عدد $(\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$ نزدیکتر است. $\frac{1}{2}$

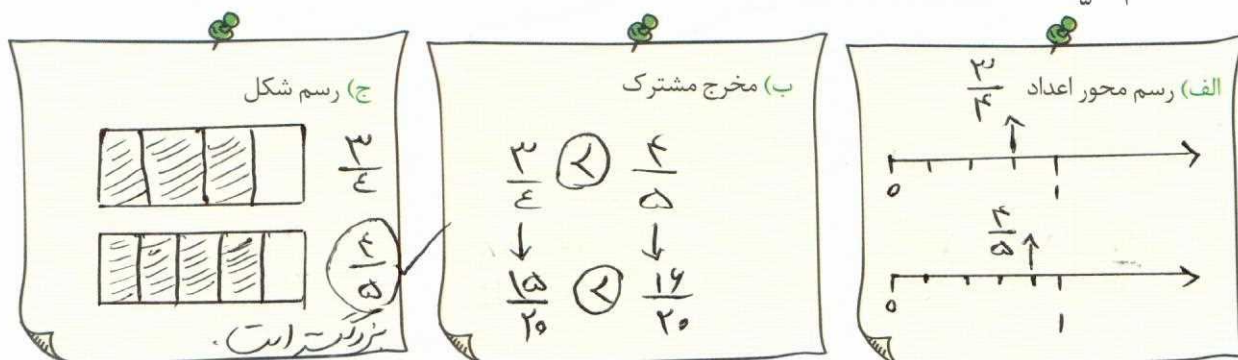


فصل دوم

مقابل
✓ ۶ برای جمع یک مسأله بنویسید.

$$\frac{3 \times 6 + 1 \times 5}{5 \times 6 \times 5} \times \frac{11}{30} + \frac{5}{30} = \frac{23}{30}$$

۷ دو کسر $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ را به سه روش زیر مقایسه کنید.



۸ حاصل عبارات زیر را با نوشتن کوچکترین مخرج مشترک به دست آورید.

الف) $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$

ب) $\frac{6}{7} - \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$

۹ برای عبارت $\frac{3}{7} - \frac{1}{4}$ یک مسأله بنویسید و آن را حل کنید.

$$\frac{3 \times 4}{7 \times 4} - \frac{1 \times 7}{4 \times 7} = \frac{12}{28} - \frac{7}{28} = \frac{5}{28}$$

۱۰ مسأله‌های زیر را حل کنید.

الف) علی دایی و حمید استیلی، دو فوتبالیست مشهور تیم‌های ملی کشورمان هستند. هر کدام $\frac{1}{5}$ از پول قرارداد این فصل خود را در بانک، سرمایه‌گذاری کرده‌اند؛ به نظر شما کدام یک از آنها پول بیشتری پس انداز کرده‌اند؟ چرا؟

معلوم نیست کدام پول بیشتری پس انداز کرده است.
چون پول قرارداد آنرا مشخص نیست.



ب) سعید با $\frac{1}{2}$ پول خود یک جامدادی و با $\frac{1}{4}$ آن یک دفترچه یادداشت خرید. اگر برای سعید ۱۵۰۰۰ تومان باقی مانده باشد کل پول او در ابتدا چند تومان بوده است؟

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad \text{مجموعه کل پول}$$

$$15000 \times 4 = 60000$$

$$\frac{1}{4} = \frac{15000}{x}$$

ج) با توجه به اینکه محیط مثلث از مجموع سه ضلع به دست می آید، اگر محیط مثلثی $3\frac{2}{5}$ متر و طول دو ضلع آن $\frac{6}{8}$ و $\frac{1}{4}$ متر باشد، اندازه ی ضلع سوم را به دست آورید.

$$\frac{6}{8} + 1\frac{1}{4} + \square = 3\frac{2}{5} \quad \frac{6}{8} + 1\frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{6}{8} + 1\frac{2}{4} = 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$3\frac{2}{5} - \frac{3}{2} = \frac{6}{5} - \frac{15}{10} = \frac{12}{10} - \frac{15}{10} = \frac{12-15}{10} = \frac{-3}{10}$$

۱۱) در بخش خوشاب از توابع شهرستان سبزوار، نان های روغنی دایره ای شکلی تهیه می شود. زهرا برای صبحانه ی مدرسه ۱ عدد نان روغنی خریده است. او می خواهد با دو تا از دوستانش در صبحانه شریک شود. اگر زهرا $\frac{1}{3}$ نان روغنی را به مریم و $\frac{1}{5}$ همان نان را به حدیث بدهد و بقیه را خودش بخورد،

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{5}{15} + \frac{3}{15} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{15}{15} - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$$

ب) سهم هر کدام چند قسمت (تکه) می شود؟

$$3 + 5 = 8$$

$$15 - 8 = 7$$

مریم ۵ تکه - حدیث ۲ تکه - زهرا ۷ تکه

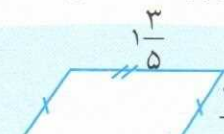
ج) چه کسری از نان روغنی به خودش می رسد؟

$$\frac{15}{15} - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$$

۱۲) محیط شکل های زیر را به دست آورید.



$$4 \times \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$



$$2 \times \frac{1}{5} + 2 \times \frac{3}{8} = \frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{4}{20} + \frac{15}{20} = \frac{19}{20}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{4}{20} + \frac{15}{20} = \frac{19}{20}$$

۱۳) در اسفند ماه حسام و پدرام می خواستند اتاقشان را برای عید نوروز رنگ آمیزی کنند، حسام $\frac{1}{3}$ از دیوار اتاقشان را رنگ زد و پدرام $\frac{1}{6}$ از باقی مانده ی دیوار را رنگ کرد. (با رسم شکل)

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

ضرب کسرها



در سال گذشته با ضرب کسرها آشنا شده‌اید و می‌دانید که برای ضرب دو کسر کافی است صورت‌ها را در یکدیگر و مخرج‌ها را هم در یکدیگر ضرب کرده و حاصل‌ها را به عنوان صورت و مخرج کسر جدید بنویسیم.

مراحل کسر ضرب‌ها

۱- بهتر است قبل از انجام ضرب، صورت‌ها و مخرج‌ها را تا جایی که امکان دارد با همدیگر ساده کنیم.

$$\frac{42}{24} \times \frac{28}{36} = \frac{\cancel{42}^7 \times \cancel{28}_4}{\cancel{24}_6 \times \cancel{36}_9} = \frac{49}{36} = 1\frac{13}{36}$$

مثال: عدد ۴۲ و ۳۶ را بر ۶ و عدد ۲۸ و ۲۴ را بر ۴ ساده می‌کنیم.

در چهار عمل (+, -, ×, ÷) مربوط به کسرها فقط در ضرب‌ها از روش مخرج مشترک استفاده نمی‌شود.

۲- در ضرب دو عدد مخلوط، ابتدا باید آنها را تبدیل به کسر کرده، بعد به روش بالا (مرحله اول) ضرب را ادامه می‌دهیم.

$$2\frac{4}{5} \times 3\frac{3}{9} = \frac{14}{5} \times \frac{30}{9} = \frac{14 \times \cancel{30}^2}{\cancel{5}_1 \times \cancel{9}_3} = \frac{28}{3} = 9\frac{1}{3}$$

۳- ضرب کسر در عدد صحیح و بالعکس:

الف) $\frac{7}{2} \times \frac{1}{1} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$

$$2\frac{4}{6} \times 12 = \frac{16}{3} \times \frac{12}{1} = \frac{32}{1} = 32$$

ب) $\frac{1}{15} \times \frac{15}{1} = \frac{1}{1} = 1$

$$15 \times 1\frac{2}{12} = 15 \times \frac{14}{6} = \frac{35}{2} = 17\frac{1}{2}$$



در قسمت الف و ب هم می‌توان به واحدهای کامل مخرج یک داد و هم می‌توان به همان روش مرحله ی اول اعداد را ساده کرد، یعنی صورت‌ها با مخرج‌ها. (واحدها در واقع صورت کسر هستند و با مخرج ساده می‌شوند)

معکوس کسرها

اگر در یک کسر جای صورت و مخرج را عوض کنیم، معکوس کسر به دست می‌آید:

$$\frac{7}{8} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{8}{7}$$

$$\frac{25}{86} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{86}{25}$$

$$\frac{43}{54} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{54}{43}$$

* برای معکوس واحد کامل، کافایت به واحد کامل مخرج ۱ داده بعد معکوس آن را نوشت.

$$\frac{6}{1} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{6}$$

$$19 \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{19}$$



۱۳۸

۱: همه‌ی اعداد معکوس دارند غیر از صفر

۲: اگر حاصل ضرب دو کسر یا عدد مخلوط برابر ۱ شدند، حتماً آن دو کسر معکوس یکدیگرند.

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{1} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{3}{1} = \frac{1}{1} = 1$$

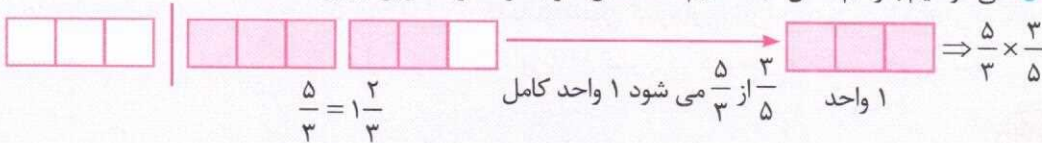


۳: هر کسری در معکوس خود ضرب شود برابر ۱ می‌شود.

۴: عدد مخلوط را هم می‌توان به صورت کسر معکوس نوشت. ولی ابتدا باید آن را به کسر تبدیل کرد. بعد به صورت معکوس نوشت.

$$2\frac{3}{5} \xrightarrow{\text{تبدیل به کسر}} \frac{13}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{5}{13}$$

مثال: می‌خواهیم با رسم شکل ثابت کنیم که حاصل ضرب دو کسر معکوس، برابر ۱ است.



۵: معکوس معکوس یک عدد، برابر با خود همان عدد است.

$$\frac{2}{3} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{2}{3}$$

پیدا کردن مقادیر مجهول و نامشخص در تساوی کسرها

$$\frac{3}{8} = \frac{15}{\square}$$

در تساوی روبه رو یک قسمت نامشخص است که به روش‌های مختلف می‌توان قسمت نامشخص را به دست آورد:

روش اول: ممکن است در تساوی‌ها رابطه‌ی ضرب برقرار باشد یعنی یک عدد مضرب دیگری باشد.

$$\frac{3}{8} = \frac{15}{40} \quad (\times 5)$$

۳ پنج برابر شده، پس ۸ هم باید ۵ برابر شود.

روش دوم: گاهی ممکن است با ساده کردن بتوان به مقدار نامعلوم پی برد. (اعداد برهم بخش پذیر نباشند).

$$\frac{4}{24} = \frac{28}{\square} \quad (\times 7)$$

ابتدا کسر $\frac{24}{6}$ را ساده می‌کنیم بعد با توجه به عدد روبه رو مقدار نامعلوم به دست می‌آید. (۱) در (۷) ضرب شده پس ۴ را هم در ۷ ضرب می‌کنیم.

روش سوم: گاهی به روش پروانه‌ای یا طرفین وسطین مقدار نامعلوم به دست می‌آید.

$$\frac{24}{6} = \frac{\square}{7} \Rightarrow \square = \frac{24 \times 7}{6} = 28$$

۱۲۸

$$\frac{5}{10} \text{ و } \frac{6}{12} \Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{6}{12}$$

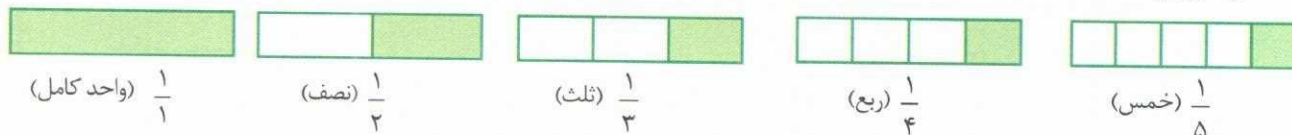
در تساوی کسرها اگر ضرب پروانه‌ای اعداد برابر باشد، آن دو کسر برابرند:

$$5 \times 12 = 6 \times 10$$



کسره‌های معروف (خاص)

به شکل‌های زیر دقت کنید:



هر کدام از کسره‌های بالا که مقدار رنگ شده ی شکل‌ها را نشان می‌دهند، به عنوان کسره‌های خاص یا معروف شناخته می‌شوند. هنگامی که می‌خواهیم $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ و یا $\frac{1}{5}$ کسر یا عبارتی را به دست آوریم آن کسر را در کسره‌های خاص ضرب می‌کنیم.



ربع دایره

$$\frac{1}{4} \times \frac{3}{7} = \frac{3}{28}$$

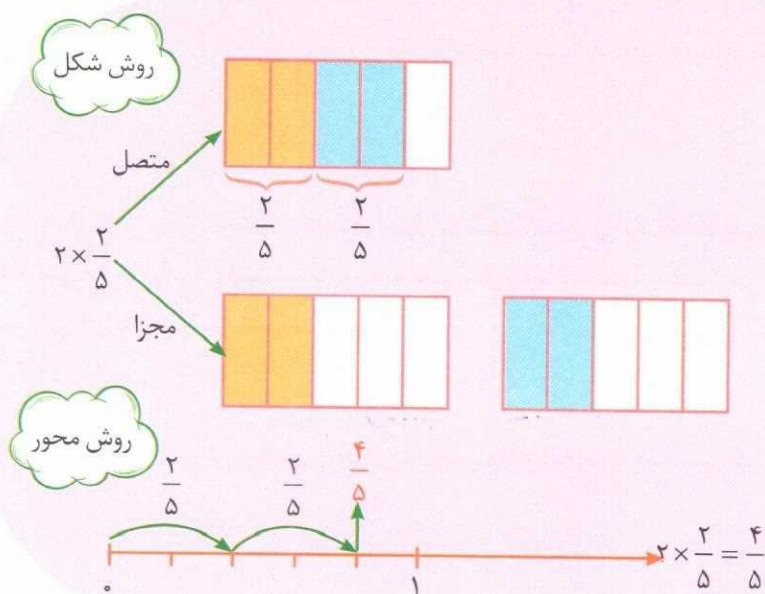
مثلاً:

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{5}{20} = \frac{5}{100}$$

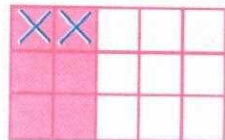
شکل و محور برای ضرب کسرها

در سال گذشته (پنجم) از رسم شکل برای حل ضرب کسرها استفاده کرده‌اید. برای یادآوری، بار دیگر توضیحاتی را ارائه می‌دهیم. در ضرب کسرها اگر بتوانیم ضرب را بخوانیم، راحت‌تر می‌توانیم به پاسخ برسیم.

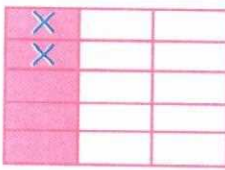


$$2 \times \frac{2}{5} \text{ یعنی } 2 \text{ تا } \frac{2}{5}$$





$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$$



$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$$

در این گونه ضربها (کسر در کسر) می توان برای

کسر دوم شکل کشید و رنگ کرد، بعد کسر اول را روی قسمت رنگ شده نشان داد.

البته در این گونه ضربها برای کسر اول هم می توان شکل کشید و بعد کسر دوم را روی

کسر اول در شکل نشان داد به این صورت؛

حل مسئله:

۱- حدیث تصمیم دارد به مناسبت روز مادر و روز پدر برای آن ها کادو بخرد. او بعد از بررسی پول های توجیبی اش، به بازار رفت و با $\frac{2}{5}$ پولش یک روسری زیبا برای مادرش و با $\frac{2}{3}$ باقی مانده ی پولش یک عطر برای پدرش خرید. حدیث در ابتدا ۵۰۰ هزار تومان پول داشت. با استفاده از

رسم شکل؛

(الف) مشخص کنید چند تومان برای کادوی مادرش هزینه کرده است؟

$$500000 \div 5 = 100000 \quad \frac{2}{5} \times 500000 = 200000$$

(ب) چند تومان برای کادوی پدرش هزینه کرد؟ چند تومان از پول او باقی می ماند؟

$$2 \times 100000 = 200000$$

باقی مانده ی پول حدیث

$$500000 - 400000 = 100000$$

$$200000 + 200000 = 400000$$

تمرین

(الف) درستی یا نادرستی جمله های زیر را مشخص کنید.

- | | |
|--|--|
| ☒ نادرست | ☐ درست |
| ☐ نادرست | ☒ درست |
| ☒ نادرست | ☐ درست |
| ☒ نادرست | ☐ درست |

- همه ی اعداد معکوس دارند.
- مقدار عددی $\square$ برابر با ۲۱ است.
- در ضرب کسرها ابتدا باید مخارج ها را مساوی کرد.
- حاصل ثلث ۲۷ تا و ربع ۲۸ تا، برابر با ۹ است.

(ب) جمله های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

- عدد صفر معکوس ندارد.
- معکوس یک عدد مخلوط همیشه کسر $\frac{1}{\text{کسر}}$ است.
- در ضرب کسرها اولین مرحله، $\frac{1}{\text{کسر}}$ است.
- معکوس عدد $\frac{1}{\text{کسر}}$ با خودش برابر است.
- حاصل ضرب هر عددی در معکوس آن برابر با ۱ است.
- کسری برابر با صفر است که $\frac{0}{\text{کسر}}$ آن، صفر باشد.

ج) گزینه‌ی درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

۱ در جای خالی کدام عدد را باید قرار داد تا تساوی برقرار شود.

$$\frac{4}{5} \times \square = 1$$

☐ (د) $\frac{1}{5}$

☐ (ج) $\frac{1}{4}$

☐ (ب) $\frac{4}{5}$

☒ (الف) $\frac{5}{4}$

۲ کدام گزینه حاصل $\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2}$ را نشان نمی‌دهد؟

☐ (د) $\frac{75}{60}$

☐ (ج) $1\frac{1}{4}$

☒ (ب) $\frac{4}{5}$

☐ (الف) $\frac{5}{4}$

۳ حاصل عبارت $\frac{6}{12} \times 1\frac{15}{20}$ در کدام گزینه درست محاسبه شده است؟

☐ (د) $\frac{6}{12} \times 1\frac{15}{20} = 1\frac{3}{4}$

☒ (ج) $\frac{6}{12} \times 1\frac{15}{20} = \frac{7}{8}$

☐ (ب) $\frac{6}{12} \times 1\frac{15}{20} = \frac{1}{2} \times 1\frac{7}{8}$

☐ (الف) $\frac{6}{12} \times 1\frac{15}{20} = 1\frac{1}{2}$

۴ ربع عددی ۲۴ شده است. نصف آن عدد چند است؟

☒ (د) ۴۸

☐ (ج) ۱۰۰

☐ (ب) ۱۰۸

☐ (الف) ۶۵

۵ ساده شده‌ی کدام کسر، برابر با (۱) است.

☐ (د) $\frac{54 \times 24}{13 \times 16}$

☐ (ج) $\frac{42 \times 12}{12 \times 36}$

☐ (ب) $\frac{15 \times 45}{20 \times 35}$

☒ (الف) $\frac{18 \times 24}{36 \times 12}$

۶ معکوس $\frac{10}{5}$ در کدام گزینه آمده است؟

☒ (د) $\frac{10}{20}$

☐ (ج) $\frac{3}{10}$

☐ (ب) $\frac{4}{5}$

☐ (الف) $\frac{5}{2}$

د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

۱ حاصل ضرب‌های زیر را به دست آورید. (ابتدا تا جایی که امکان دارد ساده کنید).

$$\text{الف)} \quad \frac{4}{9} \times \frac{6}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\text{ب)} \quad 7 \times 2\frac{1}{6} = \frac{7}{1} \times \frac{13}{6} = \frac{91}{6} = 15\frac{1}{6}$$

$$\text{ج)} \quad \frac{4}{5} \times \frac{6}{2} \times \frac{15}{4} = \frac{3}{1}$$

$$\text{د)} \quad 2\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{5} \times 1\frac{1}{6} = \frac{5}{2} \times \frac{4}{5} \times \frac{7}{6} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

$$\text{و)} \quad \frac{4}{10} \times \frac{10}{4} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\text{ه)} \quad \frac{25}{7} \times \frac{7}{1} = 25$$

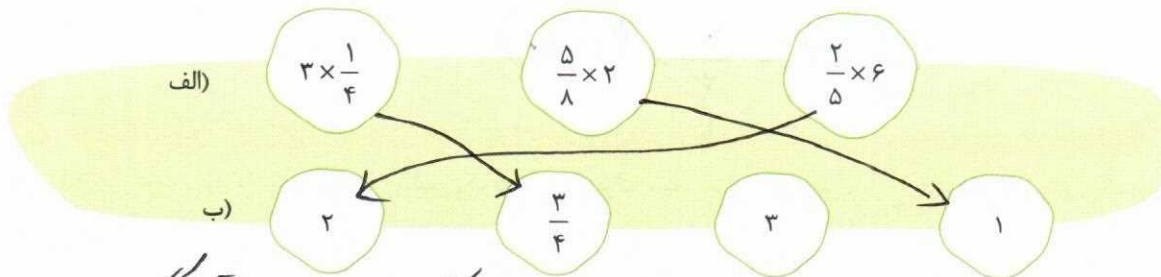


۲ سعید معکوس عدد $3\frac{5}{8}$ را به صورت $3\frac{1}{8}$ نوشته است. نظر شما در مورد راه حل سعید چیست؟

$$3\frac{5}{8} = \frac{29}{8} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{8}{29}$$

ابتدا باید عدد مخلوط را تبدیل به کسر درجه معکوس آن انولت.

۳ حاصل هر یک از ضرب‌های ردیف اول به کدام یک از اعداد ردیف دوم نزدیک‌تر است؟



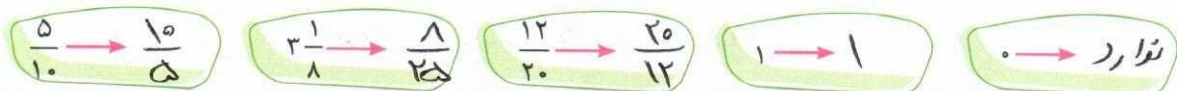
$$\frac{6}{7} \times \boxed{} > 1$$

$$\frac{8}{16} \times \frac{\boxed{10}}{\boxed{5}} = \frac{80}{80} = 1$$

۴ الف) سه عدد مختلف داخل ☐ قرار دهید، تا رابطه درست باشد. تمام اعداد زیر را از $\frac{1}{4}$ می‌تواند بزرگ‌تر بگیرد.

ب) داخل ☐ عددی قرار دهید تا تساوی برقرار شود.

۵ معکوس اعداد زیر را بنویسید.



۶ در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.

الف) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$ ✓

ب) $\frac{15}{25} \times \frac{5}{5} = 3$ ✓

ج) $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$ ✓

د) $\frac{18}{21} \times \frac{7}{6} = 2$ ✓

۷ جدول زیر را کامل کنید. بعد از حل جدول در ردیف آخر به چه نتیجه‌ای می‌توان رسید؟

عدد	$\frac{8}{3}$	$\frac{25}{2}$	$\frac{15}{3} = 5$	۱	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8} \times \frac{8}{9} = 1$	۴
معکوس عدد	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{3}{15}$	۱	$\frac{8}{9}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{4}$
معکوس معکوس عدد	$\frac{8}{3}$	$\frac{25}{2}$	$\frac{15}{3}$	۱	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	۴
حاصل ضرب عدد در معکوسش	$\frac{8}{3} \times \frac{3}{8} = 1$	۱	۱	۱	۱	۱	۱

هر کسری در معکوسش ضرب شود حاصل برابر با یک می‌شود.

ه) مسئله‌های زیر را حل کنید.

۱) ضلع مثلث متساوی‌الاضلاعی $\frac{1}{3}$ سانتی متر است. محیط این مثلث را به دست آورید؟

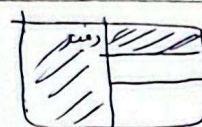
$$3 \times \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

۲) پارسا ۷۵ هزار تومان پول داشت. او با نصف پولش یک دفتر پنجاه برگ سیمی برای خواهرش و با $\frac{1}{3}$ باقی مانده‌ی پولش یک روان نویس برای خودش خرید.

الف) پارسا در مجموع چند تومان از پول هایش را خرج کرده است؟

$$\frac{1}{2} \times 75000 = 37500$$

$$37500 + 12500 = 50000$$



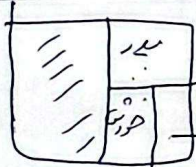
$$75000 - 37500 = 37500$$

$$37500 - 12500 = 25000$$

ب) چند تومان برایش باقی مانده است؟

$$75000 - 50000 = 25000$$

۳) مهربابا شرکت در یک مسابقه در فضای مجازی، برنده‌ی نیم سکه‌ی طلا شد. او تصمیم گرفت نصف سکه را به مادرش هدیه بدهد. نصف بقیه را به پدرش و نصف باقی مانده را برای خودش نگه دارد. او برای بقیه‌ی جایزه‌اش هنوز برنامه ریزی نکرده است. شما به مهربابا کمک کنید تا مقدار هدایای خود را مشخص کند و باقی مانده‌ی جایزه را برای او محاسبه کنید.



۴) فرزند برادر سعید در حال حل کردن جدولی بود که برایش مشکل بود. او از برادرش سعید کمک خواست تا در حل جدول به او کمک کند و جدول را به سعید نشان داد. شما هم همراه فرزند و سعید جدول را کامل کنید.

$\times$	۱۲	۴۲	$\frac{15}{6}$	$\frac{30}{2}$	<input type="text"/>
$\frac{2}{3}$	۸	۲۸	$\frac{12}{9}$	۱	<input type="text"/>
$\frac{1}{10}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{21}{5}$	$\frac{11}{6}$	$\frac{3}{20}$	<input type="text"/>
$\frac{1}{10}$	۱	$\frac{31}{4}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{1}{8}$	<input type="text"/>



تقسیم کسرها



تقسیم کسرها را هم مانند ضرب کسرها در سال پنجم خوانده‌اید. امسال در پایه ی ششم به روش‌های جدیدی برای حل

تقسیم کسرها اشاره می‌کنیم. در ضرب و تقسیم کسرها باید ابتدا آن‌ها را به صورت فارسی خواند. **مثلاً:**

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} \text{ می‌خوانیم. «در چهار پنجم چند تا دسته‌ی دوپنجمی داریم؟»} \quad \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \text{ می‌خوانیم} \leftarrow \frac{1}{2} \text{ از } \frac{3}{5}$$

مراحل تقسیم کسرها

۱- می‌خواهیم ۴ سیب را بین سه نفر تقسیم کنیم و ببینیم به هر نفر چه مقدار از کل می‌رسد.

۱- تقسیم عدد صحیح بر عدد صحیح:



علامت تقسیم و خط کسری مفهومی یکسانی دارند. (یعنی خط کسری همان تقسیم و تقسیم همان خط کسری است) با توجه

به نمونه، می‌توان گفت هرگاه بخواهیم دو عدد صحیح را بر هم تقسیم کنیم دو راه پیش رو داریم:

$$4 \div 3 = \frac{4}{3}$$

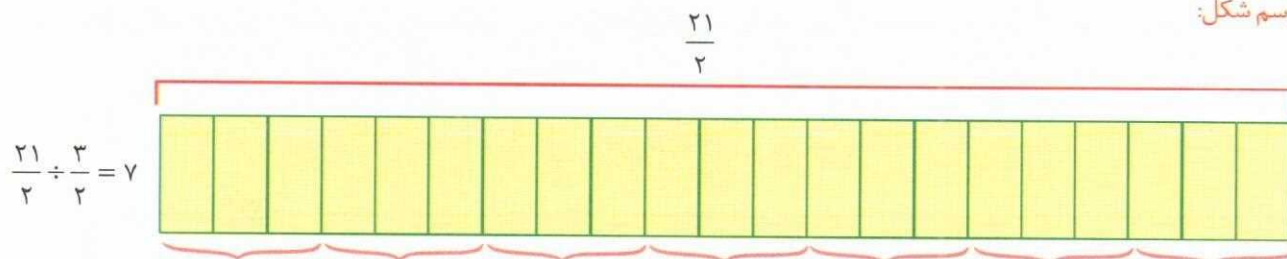
(الف) عدد اول را در صورت کسر و عدد دوم را در مخرج کسر قرار می‌دهیم و به صورت کسر می‌نویسیم.

$$4 \div 3 = 4 \times \frac{1}{3}$$

(ب) عدد اول را نوشته تقسیم را تبدیل به ضرب می‌کنیم و عدد دوم را به صورت معکوس می‌نویسیم.

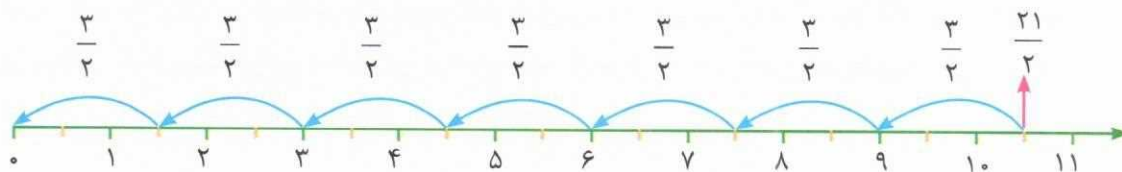
۲- تقسیم کسر بر کسر با مخرج‌های مساوی

رسم شکل:



ابتدا تقسیم را می‌خوانیم تا حل محور برایمان راحت‌تر باشد. در $\frac{21}{2} \div \frac{3}{2}$ چند تا $\frac{3}{2}$ داریم.

رسم محور:





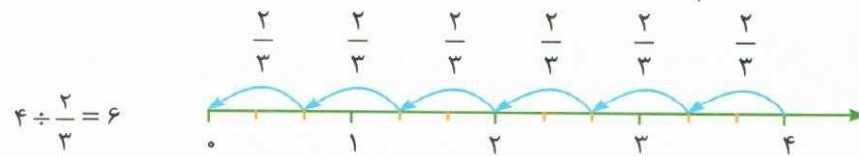
۱: برای تقسیم دو کسر با مخرج‌های مساوی، همانطور که در مثال مشاهده کردید، کافی است صورت کسر اول را بر صورت کسر دوم تقسیم کنیم. یعنی مخرج‌ها را کنار بگذاریم.

۲: برای تقسیم دو عدد مخلوط بر هم، مانند ضرب باید آن‌ها را به صورت کسر نوشته و سپس حاصل را به روش دلخواه به دست آوریم.

$$2\frac{2}{5} \div 1\frac{2}{5} = \frac{12}{5} \div \frac{7}{5}$$

۳- تقسیم عدد بر کسر و تقسیم کسر بر عدد:

ابتدا تقسیم را می‌خوانیم. در ۴ تا چند تا $\frac{2}{3}$ است: در اینجا باید دقت کرد که هر واحد باید به ۳ قسمت مساوی تقسیم شود، چون مخرج کسر ۳ است.



در حل اینگونه تقسیم‌ها به واحد، مخرج (۱) می‌دهیم و با مخرج مشترک گرفتن، حاصل را به دست می‌آوریم. که در قسمت بعدی توضیح کاملتری می‌دهیم.

$$4 \div \frac{2}{3} = \frac{12}{3} \div \frac{2}{3} = 12 \div 2 = 6$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{2}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

۴- تقسیم کسر با مخرج‌های نامساوی:

الف- معکوس کردن: برای تقسیم دو کسر می‌توان تقسیم را تبدیل به ضرب کرد. یعنی کسر اول در معکوس کسر دوم ضرب می‌شود.

$$\frac{1}{2} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{1} = \frac{10}{3}$$

(برای حل مسائل راحت‌ترین کار استفاده از روش ضرب معکوس است)

ب) مخرج مشترک گرفتن: اگر دو کسر هم مخرج باشند، حاصل تقسیم به سادگی به دست می‌آید. از این خاصیت می‌توان برای تقسیم

کسرهایی که مخرج آن‌ها مساوی نیست، استفاده کرد. یعنی مخرج دو کسر را مساوی کرده و سپس حاصل را به دست می‌آوریم.

مثال ۱: $\frac{3}{15} \div \frac{1}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{15} \div \frac{3}{15} = \frac{3}{3} = 1$

مثال ۲: $\frac{3}{7} \times \frac{4}{4} \div \frac{6}{4} \times \frac{7}{7} = \frac{12}{28} \div \frac{42}{28} = \frac{12}{42} = \frac{2}{7}$

برای رسم شکل و محور، راحت‌ترین و قابل درک‌ترین روش، مشترک کردن مخرج‌هاست.

برای تقسیم دو کسر می‌توان دو کسر مجزا را به صورت یک کسر درآورد. مانند:

$$\frac{20}{9} \div \frac{5}{6} = \frac{20}{9} \times \frac{6}{5} = \frac{4 \times 2}{3 \times 1} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

روش حل این گونه تقسیم‌ها همان طور که در راه حل انجام شد، روش دور در دور، نزدیک در نزدیک می‌باشد. یعنی صورت کسری که در بالا نوشته شده است با مخرج کسری که در پایین نوشته شده ضرب می‌شود. [صورت بالایی در مخرج پایینی] و صورت کسر حاصل نوشته می‌شود که همان دور در دور است. نزدیک در نزدیک یعنی مخرج کسر بالایی در صورت کسر پایینی ضرب شود و در مخرج کسر حاصل نوشته شود. مانند مثال بالا.

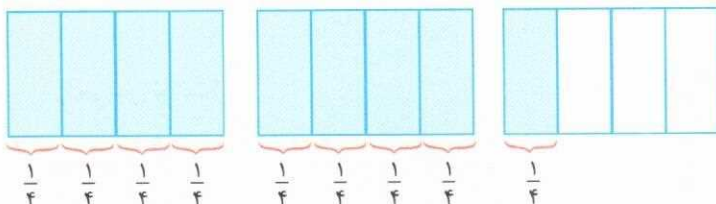


تقسیم کسرها با مخرج های نامساوی

به مسئله زیر دقت کنید:

(الف) می خواهیم $2\frac{1}{4}$ کیلوگرم عسل را در شیشه هایی به جرم $\frac{1}{4}$ کیلوگرم بریزیم. تعداد شیشه ها چند تا باید باشد؟

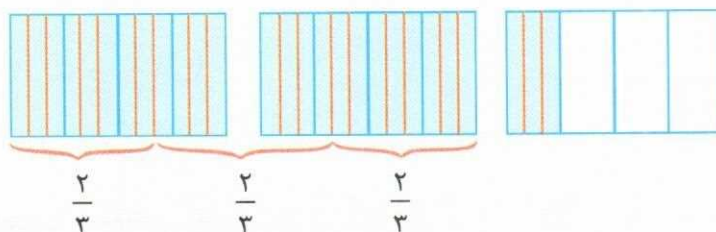
$$2\frac{1}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{9}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{9}{1} = 9$$



با توجه به شکل تعداد شیشه ها ۹ تا می باشد.

(ب) اگر بخواهیم جرم هر شیشه $\frac{2}{3}$ کیلوگرم باشد تعداد شیشه ها چند تا خواهد بود؟

$$2\frac{1}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{9}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{27}{12} \div \frac{2}{3} = \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$$



با توجه به شکل تعداد شیشه های پر شده ۳ تا می باشد و یک شیشه ی دیگر هم برای باقی مانده ی عسل لازم داریم.

تمرین

(الف) درستی یا نادرستی جمله های زیر را مشخص کنید.

۱. حاصل عبارت $\frac{3}{5} \div \frac{2}{5}$ برابر است با $\frac{2}{3}$ ☒ درست ☐ نادرست
۲. ثلث کسر $\frac{15}{5}$ مساوی ۳ است. ☒ درست ☐ نادرست
۳. برای تقسیم دو کسر با مخرج های مساوی کافی است صورت اولی را بر صورت کسر دومی تقسیم کنیم. ☒ درست ☐ نادرست
۴. در تقسیم کسرها مانند جمع و تفریق کسرها می توان مخرج مشترک گرفت. ☒ درست ☐ نادرست

(ب) جمله های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

۱. به جای آن که ثلث عددی را به دست آوریم کافی است آن عدد را در کسر $\frac{1}{3}$ ضرب کنیم.
۲. با توجه به روش ضرب معکوس برای تقسیم دو کسر می توان صورت کسر اول را در $\frac{1}{3}$ کسر دوم ضرب کرد و در صورت کسر نوشت و مخرج کسر اول را در $\frac{1}{3}$ کسر دوم ضرب کرد و در مخرج نوشت.
۳. با توجه به عبارت $5 \div \frac{1}{2}$ برای خواندن این تقسیم می توانیم بگوییم در ۵ تا چند تا $\frac{1}{2}$ داریم.

ج) گزینه‌ی درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

۱) حاصل عبارت $(2 \div \frac{2}{3})$ در کدام گزینه آمده است؟

الف) $3 \frac{2}{3}$ ☐

ب) $3 \frac{1}{3}$ ☒

ج) $1 \frac{3}{3}$ ☐

د) $2 \frac{2}{3}$ ☐



۲) برای محور روبه رو کدام تقسیم را می‌توان نوشت؟

الف) $3 \frac{1}{4} \div \frac{2}{4}$ ☐

ب) $3 \frac{1}{4} \div \frac{1}{4}$ ☐

ج) $3 \div \frac{1}{4}$ ☐

د) $3 \div \frac{1}{2}$ ☒

$$12 \times \frac{2}{3} = 24$$

۳) ۶۰ لیتر شیر را در ظرف‌هایی با گنجایش $2 \frac{1}{2}$ لیتر ریخته‌ایم. تعداد ظرف‌ها چه تعداد است؟

الف) ۱۰ تا ☐

ب) ۲۰ تا ☐

ج) ۱۵ تا ☐

د) ۲۴ تا ☒

۴) برای شکل زیر کدام تقسیم را می‌توان نوشت؟

الف) $3 \div \frac{2}{3}$ ☐

ب) $2 \frac{2}{3} \div \frac{1}{3}$ ☐

ج) $2 \frac{2}{3} \div \frac{2}{3}$ ☒

د) $2 \frac{3}{3} \div 2$ ☐



د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

۱) حاصل تقسیم‌های زیر را به روش خواسته شده به دست آورید.

الف) $2 \frac{2}{5} \div 1 \frac{2}{3} = \frac{12 \times 3}{5 \times 3} \times \frac{5 \times 5}{3 \times 5} = \frac{36}{15} \div \frac{25}{15} = \frac{36}{25}$ (مخرج مشترک گرفتن)

ج) $5 \frac{3}{4} \div 1 \frac{3}{20} = \frac{23}{4} \div \frac{23}{20} = \frac{23}{4} \times \frac{20}{23} = 5$ (دور در دور نزدیک در نزدیک)

ب) $18 \div 8 = \frac{18}{8} = \frac{9}{4} = 2 \frac{1}{4}$ (ضرب معکوس)

د) $6 \div \frac{3}{9} = \frac{6}{1} \times \frac{9}{3} = \frac{54}{3} = 18$ (ضرب معکوس)

۲) جاهای خالی را کامل کنید.

الف) $\frac{5}{9} \div \frac{3}{6} = \frac{5}{9} \times \frac{6}{3} = \frac{10}{3}$

ب) $\frac{12}{5} \div \frac{3}{20} = \frac{48}{20} \div \frac{3}{20} = \frac{48}{3} = 16$

ج) $\frac{36}{20} \div \frac{4}{20} = \frac{18}{20}$ یا $\frac{9}{10} \div \frac{4}{20} = \frac{18}{20}$

باز پاسخ



۳ حاصل هر یک از تقسیم‌های زیر را با رسم شکل به دست آورید.

الف) $2 \div \frac{5}{6} = \frac{12}{5} = 2 \frac{2}{5}$

ب) $\frac{12}{2} \div \frac{1}{2} = 12$

ج) $\frac{9}{10} \div 3 = \frac{3}{10}$

۴ حسین آقا نجار است. او می‌خواهد برای دخترش صفا خط کش چوبی بسازد. طول قطعه‌های چوبی او $1 \frac{1}{4}$ متر است. حسین آقا با یک قطعه



چوب چند خط کش ۲۰ سانتی متری می‌تواند بسازد؟
و چقدر چوب اضافه می‌آید؟

می‌تواند ۶ خط کش ۲۰ سانتی متری بسازد و ۱۰ سانتی متر چوب اضافه می‌ماند.

۵ در یک دامداری هر گوسفند روزانه $1 \frac{1}{3}$ لیتر شیر می‌دهد اگر در این دامداری روزانه ۱۲۰ لیتر شیر از گوسفندها بدوشند، تعداد گوسفندهای



$$120 \div 1 \frac{1}{3} = 120 \times \frac{3}{4} = 90$$

این دامداری چند تا است؟

۶ محیط یک مربع $4 \frac{1}{4}$ متر است. اندازه ی طول هر ضلع این مربع چند متر است؟

$$4 \frac{1}{4} \div 4 = \frac{17}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{17}{16} = 1 \frac{1}{16} \text{ متر}$$

۷ برای تقسیم روبه رو یک مسئله طرح کرده و سپس آن را حل کنید.

$$\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

۸ به جای چه اعدادی می‌توان گذاشت تا رابطه درست باشد؟

$$\frac{5}{3} \div \frac{3}{4} > 1$$

$$\frac{5}{3} \div \frac{2}{3} < 1$$

کسره‌های مرکب یا (غول پیکر)



$$\frac{\frac{1}{5} \times \frac{2}{5}}{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}} =$$

کسرهایی هستند که صورت و مخرج آن‌ها عدد کسری یا عبارت‌های ریاضی است، مانند:

برای محاسبه ی کسره‌های مرکب، ابتدا عبارت‌های صورت و مخرج را جداگانه محاسبه می‌کنیم؛ سپس حاصل را به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1}{5} \times \frac{2}{5}}{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}} &= \frac{\frac{2}{25}}{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}} = \frac{2}{25} \div \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{2}{25} \div \frac{5}{4} = \frac{2}{25} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{125} \end{aligned}$$

پاسخ صورت: $\frac{2}{25}$ صورت کسر: $\frac{2}{25}$ مخرج کسر: $\frac{5}{4}$ پاسخ مخرج: $\frac{5}{4}$



برای محاسبه‌ی عبارت‌هایی مثل $\frac{\frac{\square}{\triangle}}{\frac{\square}{\triangle}}$ کافی است حاصل تقسیم $\frac{\square}{\triangle} \div \frac{\square}{\triangle}$ را به‌دست آورید.

یادآور می‌شویم که خط کسری، نشان‌دهنده‌ی تقسیم است مانند ادامه‌ی عبارت بالا.

تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

☒ نادرست ☐ درست

۱) کسر $\frac{5}{9}$ از کسر $\frac{8}{9}$ بزرگ‌تر است.

☐ نادرست ☒ درست

۲) عدد $1\frac{3}{2}$ از عدد $1\frac{2}{3}$ بزرگ‌تر است.

☐ نادرست ☒ درست

۳) حاصل کسر $\frac{4}{5} \div \frac{5}{7}$ برابر $1\frac{1}{7}$ است.

☒ نادرست ☐ درست

۴) در مقایسه‌ی دو کسر $\frac{15}{18}$ و $\frac{15}{35}$ ، کسر $\frac{15}{18}$ کوچک‌تر است.



ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

- ۱) برای مقایسه‌ی دو عدد مخلوط ابتدا باید واحد را را مقایسه کرد و سپس قسمت کسری را مقایسه کنیم.
- ۲) برای مقایسه‌ی دو کسر با مخرج‌های نامساوی باید از روش مخرج مشترک استفاده کرد.
- ۳) در کسرهایی که صورت یکسان دارند کسری کوچک‌تر است که مخرج بزرگ‌تری داشته باشد.

ج) گزینه‌ی درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

۱) اگر هر دسته‌ی ۲۵ تایی مداد را یک واحد در نظر بگیریم، ۱۲۹ مداد را با کدام عدد مخلوط می‌توان نمایش داد؟

- الف) $5\frac{4}{25}$ (✓) ب) $4\frac{5}{25}$ ج) $25\frac{4}{5}$ د) $5\frac{25}{4}$

۲) مجموع دو کسر $\frac{12}{35}$ است. اگر یکی از کسرهای $\frac{1}{7}$ باشد، کسر دوم برابر است با

- الف) $\frac{10}{35}$ ب) $\frac{7}{35}$ ج) $\frac{1}{5}$ د) گزینه‌ی ب و ج (✓)

۳) کدام کسر از بقیه بزرگ‌تر است؟

- الف) $\frac{7}{15}$ ب) $\frac{16}{18}$ (✓) ج) $\frac{25}{50}$ د) $\frac{30}{90}$

۴) کدام کسر از $\frac{1}{4}$ کمتر است.

- الف) $\frac{5}{8}$ ب) $\frac{20}{40}$ ج) $\frac{28}{30}$ د) $\frac{3}{9}$ (✓)

۵) کدام دسته از اعداد زیر به ترتیب از بزرگ‌تر به کوچک‌تر نوشته شده است؟ (از چپ به راست)

- الف) $\frac{15}{12}, \frac{7}{10}, \frac{15}{7}$ ب) $1\frac{2}{5}, 1\frac{10}{20}, \frac{3}{7}$ (✓) ج) $\frac{16}{9}, \frac{8}{9}, \frac{10}{9}$ د) $\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{2}$

د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

۱) کسرهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. (از چپ به راست)

الف) $\frac{3}{5}, \frac{6}{19}, \frac{5}{12}$ → $\frac{3}{5}, \frac{5}{12}, \frac{6}{19}$

ب) $3\frac{2}{5}, \frac{128}{24}, \frac{140}{70}$ → $\frac{140}{70}, 3\frac{2}{5}, \frac{128}{24}$

ج) $\frac{9}{17}, \frac{8}{19}, \frac{8}{9}$ → $\frac{8}{9}, \frac{9}{17}, \frac{8}{19}$

۲) سه کسر بنویسید که از $2\frac{1}{3}$ بزرگ‌تر باشد.

$\frac{1}{3}, \frac{9}{2}, \frac{21}{3}$

۳ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید و در صورت امکان پاسخ را ساده کنید.

$$\text{الف) } \frac{\frac{2 \times 3 \times 4}{4 \times 5 \times 6} + \frac{1}{10}}{\frac{1}{10}} = \frac{\frac{3 \times 5 + 1 \times 1}{20}}{\frac{1}{10}} = \frac{3 \times \frac{20}{20}}{\frac{1}{10}} = \left(\frac{17}{20} \right) \times \frac{10}{1} = \frac{17}{2}$$

$$\text{ب) } \frac{5 \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}} + 1 = \frac{5 \times \frac{2}{2}}{\frac{2}{2} + \frac{3}{4}} + 1 = \frac{\frac{10}{2}}{\frac{2}{2} + \frac{3}{4}} + 1 = \left(\frac{5}{\frac{2}{2} + \frac{3}{4}} \right) + 1 = \frac{10}{10} + 1 = \frac{10 + 10}{10} = \frac{20}{10} = 2$$

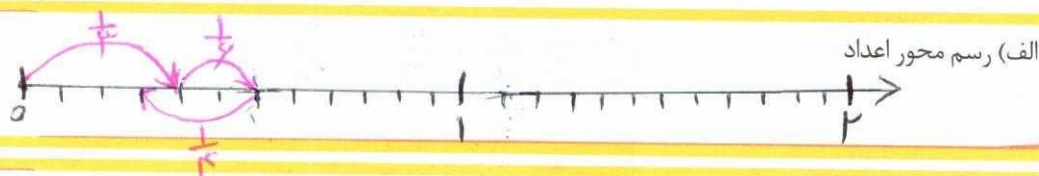
$$\text{ج) } \frac{1 \div \frac{2}{3}}{\frac{4}{5} \times \frac{3}{4}} = \frac{\frac{3}{2} \div \frac{2}{3}}{\frac{3}{5}} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2} = \frac{9}{2} \div \frac{3}{5} = \frac{9}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{15}{2} = \frac{33}{2}$$

$$\text{د) } 2 - \frac{\frac{6}{8}}{\frac{3}{5} \div \frac{2}{3}} = 2 - \frac{\frac{6}{8}}{\frac{16}{5} \div \frac{1}{3}} = 2 - \frac{\frac{6}{8} \times \frac{3}{16}}{\frac{1}{5}} = 2 - \left(\frac{9}{64} \right) \times \frac{5}{1} = 2 - \frac{45}{64} = 2 - \frac{15}{16} = 2 - 1 \frac{1}{16} = 1 \frac{15}{16}$$

$$\text{ه) } 2 - \left(\frac{6}{8} \div \frac{5}{4} \right) = 2 - \left(\frac{6}{8} \times \frac{4}{5} \right) = 2 - \frac{30}{20} = 2 - \frac{3}{2} = 1 \frac{2}{2} - \frac{3}{2} = 1 \frac{2-3}{2} = 1 \frac{-1}{2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

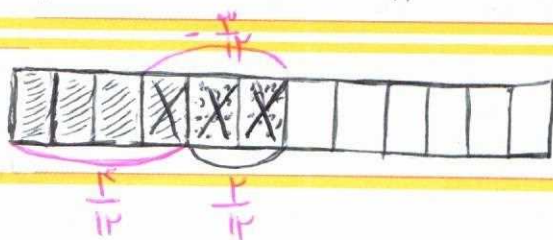
$$\frac{1 \times 2}{3 \times 4} + \frac{1 \times 2}{4 \times 5} - \frac{1 \times 2}{5 \times 6} = \frac{2}{12} + \frac{2}{12} - \frac{2}{12} = \frac{2}{12}$$

۴ حاصل عبارت روبه‌رو را به سه روش زیر به دست آورید.



$$\frac{2}{12} + \frac{2}{12} - \frac{2}{12} = \frac{2}{12}$$

ب) مخارج مشترک گرفتن





- ۵) آیا امکان دارد که $\frac{1}{3}$ پول علی از $\frac{1}{2}$ پول مهدی بیشتر باشد؟ همراه با مثال توضیح دهید. اگر علی ۶ تومان و مهدی ۳ تومان داشته باشد $\frac{1}{3}$ پول علی از $\frac{1}{2}$ پول مهدی بیشتر می شود.
- ۶) حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\frac{\frac{12}{36}}{\frac{14}{15}} = \frac{12}{36} \div \frac{14}{15} = \frac{12}{36} \times \frac{15}{14} = \frac{5}{14}$$

$$\frac{\frac{6}{8}}{\frac{1}{2}} = \frac{6}{8} \div \frac{1}{2} = \frac{6}{8} \times \frac{2}{1} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{\frac{15}{60}}{\frac{12}{48}} = \frac{15}{60} \div \frac{12}{48} = \frac{15}{60} \times \frac{48}{12} = 1$$

- ۷) برای شکل زیر یک مسئله بنویسید.

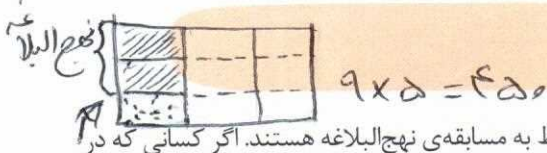
دانش آموزان یک مدرسه می خواهند نماز دیوار مدرسه را رنگ آمیزی کنند. آن روز $\frac{1}{4}$ دیوار را به رنگ زرد و امروز $\frac{1}{4}$ باقی مانده را به رنگ بنفش درآوردند. چه مقدار از دیوار رنگ شده؟ چقدر از دیوار به رنگ مانده است؟

(ه) مسئله های زیر را حل کنید.

- ۱) کشاورزی باغ خود را بین فرزندانش تقسیم کرد تا در آن درخت بکارند، اگر سهم هر یک از فرزندان از باغ به صورت زیر باشد چه مقدار از

$$\frac{1 \times 8}{5 \times 8} + \frac{1 \times 4}{10 \times 4} + \frac{3 \times 5}{8 \times 5} = \frac{1}{40} + \frac{1}{40} + \frac{3}{80} = \frac{27}{80}$$

باغ برای خودش می ماند؟ $1 - \frac{27}{80} = \frac{53}{80}$



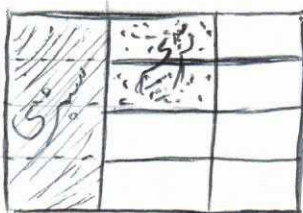
- ۲) دانش آموزان مدرسه ای در مسابقات فرهنگی شرکت کرده اند که $\frac{2}{3}$ این تعداد مربوط به مسابقه ی نهج البلاغه هستند. اگر کسانی که در

مسابقه ی نهج البلاغه شرکت کرده اند، ۱۰۰ نفر باشند، این مدرسه چند دانش آموز دارد؟

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \square = 100 \Rightarrow \frac{2}{9} \times \square = 100 \Rightarrow \square = 100 \div \frac{2}{9} = 100 \times \frac{9}{2} = 450$$

- ۳) دابی حدیث در حیاط خانه اش باغچه ی زیبایی دارد. او در ثلث باغچه ی خود سبزی و در ربع باقی مانده ی باغچه، تربچه کاشته است. اگر

باقی مانده ی باغچه را به ۶ قسمت مساوی تقسیم کند و در هر قسمت آن توت فرنگی بکارد.



- (الف) چه مقدار از باغچه اش را تربچه کاشته است؟ $\frac{2}{9}$ تربچه
- (ب) چه مقدار از باغچه اش را توت فرنگی کاشته است؟ $\frac{2}{9}$ توت فرنگی
- (ج) چه کسری از باغچه را سبزی کاشته است؟ $\frac{1}{3}$ سبزی

- ۴) علی با ثلث پول خود یک جامدادی برای خواهرش و با نصف بقیه ی پولش یک بسته مداد رنگی برای خودش خرید.

اگر از پول علی ۳۵۰۰۰ تومان باقی مانده باشد، پول او در ابتدا چقدر بوده است؟ (با رسم شکل حل کن)

$$35000 \times 3 = 105000$$

پول علی

فصل ۳

اعداد اعشاری

درس نامه

اعداد اعشاری

اعداد اعشاری از اعداد کسری به دست می آیند و گویشی از اعداد کسری هستند. کاربرد اعداد اعشاری بیشتر از اعداد کسری است. مانند: تابلوهای راهنمایی و رانندگی، ترازوها، متر و...
اعشار از "عشر" گرفته شده به معنی $(\frac{1}{10})$ از چیزی

نمایش اعداد اعشاری

اعداد اعشاری از دو قسمت تشکیل شده که با یک ممیز از هم جدا می شوند. سمت راست ممیز قسمت اعشاری و سمت چپ آن قسمت صحیح است؛ که قسمت اعشاری ارزش کمتری نسبت به سمت راست (قسمت صحیح) دارد.

۴۱۹ / ۷۲۳
هزارم صدم دهم ی د ص

کسرهایی که مخرج آن ها ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و... باشد را می توان به صورت اعشاری نوشت.

$$\frac{7}{10} = 0.7$$

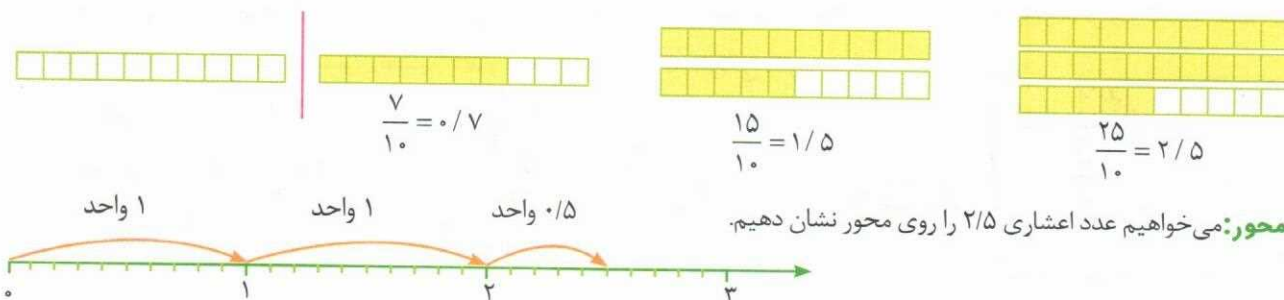
$$\frac{48}{100} = 0.48$$

$$\frac{248}{1000} = 0.248$$

همچنین می توان آن ها را در جدول ارزش مکانی قرار داده و به صورت اعشاری (۰.۷ و ۰.۴۸ و ۰.۲۴۸) نوشت.

(جدول ارزش مکانی در فصل اول قسمت عددنویسی توضیح داده شده است.)

اعداد اعشاری را می توان هم روی محور و هم با رسم شکل نمایش داد.



(الف) محور را تا ۱ واحد بیشتر از قسمت صحیح عدد رسم می کنیم.

(ب) واحدها را به مقدار اعشار تقسیم می کنیم (در این مثال بهتر است بین عدد ۲ و عدد ۳ قسمت بندی شود).

(ج) بعد از ۲ واحد، ۵ تا ۰/۱ می شمیریم و جلو می رویم تا به نقطه ۲/۵ برسیم.



۱۳۲

(فصل سوم - یازم هفتم)

تساوی کسر و عدد اعشاری

۶ تا ۰/۰۱

۳ تا ۰/۱

۲ واحد کامل

کسری = $2\frac{36}{100} = 1 + 1 + \frac{30}{100} + \frac{6}{100}$

اعشاری = $2\frac{36}{100} = 1 + 1 + 0\frac{30}{100} + 0\frac{6}{100}$

۷۴/۰/۲

۵/۵ ۵/۱

صفر در قسمت اعشاری

به تساوی نوشته شده در هر قسمت دقت کنید.

کسری $\frac{20}{100} = \frac{2}{10}$

اعشاری $0\frac{20}{100} = 0\frac{2}{10}$

کسری $\frac{40}{100} = \frac{4}{10}$

اعشاری $0\frac{40}{100} = 0\frac{4}{10}$

کسری $\frac{50}{100} = \frac{5}{10}$

اعشاری $0\frac{50}{100} = 0\frac{5}{10}$

۱۲۷۷۲۶ ÷ - = ۱۱۲۷۲۶

۱۰۵۷ ۱۰۵۹

۱۷۲۲ ۳۲ = ۳۱۲

۱۰۵۷ ۱۰۵۹

اگر بعد از آخرین رقم اعشاری در سمت راست به تعداد دلخواه صفر قرار دهیم، با آن عدد بدون صفر هیچ تفاوتی ندارد.

یعنی $0\frac{2000}{10000} \rightarrow 0\frac{2}{10}$

عدد اعشار و بعد از علامت اعشار باشد، (۱/۰۲۵) خوانده می شود.

در این عددها صفر خوانده می شود.

۱/۰۲۵ ۱/۰۰۲۵ ۰/۲۰۵ ۳/۴۰۱۸

پیدا

به صفرهای سمت راست اعشار (۰/۲۰۶۰۰۰) و سمت چپ قسمت عدد صحیح (۰۲/۲۵) صفرهای بی اثر گفته می شود، زیرا با حذف و اضافه کردن آن ها مقدار عدد تغییری نمی کند.

$$(۰/۲۰۶۰۰۰ \rightarrow ۰/۲۰۶) \quad (۰۲/۲۵ \rightarrow ۲/۲۵)$$



تبدیل کسر به عدد اعشاری

الف) نوشتن کسرهایی که مخرج ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و... دارند به صورت اعشاری بسیار راحت است. ابتدا صورت کسر را نوشته بعد به تعداد صفرهای مخرج از سمت راست عدد، اعشار می زنیم.

$$\frac{۹۶}{۱۰} = ۹/۶$$

یک رقم اعشار

$$\frac{۲۷۶}{۱۰۰} = ۲/۷۶$$

$$\frac{۷۸}{۱۰۰۰} = ۰/۰۷۸$$

$$\frac{۱۴۹}{۱۰۰۰} = ۰/۱۴۹$$

ب) گاهی اوقات مخرج کسر ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و... نیست. مخرج ها اعدادی هستند که می توان با کمک ضرب یا تقسیم آن ها را تبدیل به ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و... کرد، بعد کسر را به صورت اعشاری نوشت. **مثال:**

$$\frac{۴ \times ۲}{۵ \times ۲} = \frac{۸}{۱۰} = ۰/۸$$

$$\frac{۷ \times ۴}{۲۵۰ \times ۴} = \frac{۲۸}{۱۰۰۰} = ۰/۰۲۸$$

$$\frac{۲۴ \div ۴}{۴۰ \div ۴} = \frac{۶}{۱۰} = ۰/۶$$

$$\frac{۴ \div ۴}{۸ \div ۴} = \frac{۱ \times ۵}{۲ \times ۵} = \frac{۵}{۱۰} = ۰/۵$$

ج) زمانی که مخرج کسری ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و... باشد، یا بتوان آن ها را ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و... کرد، به راحتی آن را به عدد اعشاری تبدیل می کنیم. ولی گاهی اوقات به هیچ عنوان نمی توان به کسرها مخرج ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و... داد که در این گونه کسرها صورت را بر مخرج تقسیم می کنیم. **مثال:** $\frac{۵}{۱۱}$ ، $\frac{۱}{۳}$ ، $\frac{۳}{۷}$ و... (مراحل کار در قسمت های بعدی همین فصل توضیح داده خواهد شد).

مقایسه ی اعداد اعشاری

در مقایسه ی دو عدد اعشاری ابتدا به قسمت صحیح آن ها توجه می کنیم. هر کدام بزرگ تر بود، آن عدد بزرگ تر است. اگر قسمت صحیح دو عدد، برابر باشد، اعداد بعد از اعشار را با توجه به ارزش مکانی رقم ها، یکی یکی مقایسه می کنیم. یعنی دهم ها با هم، صدم ها با هم، هزارم ها با هم و... هر کدام بزرگ تر بود، آن عدد اعشاری بزرگ تر است. این کار را تا جایی ادامه می دهیم که عدد بزرگ تر مشخص شود.

مثال:

$$\frac{۳}{۱۷}$$

<

$$\frac{۴}{۳۷۱}$$

$$\frac{۳}{۲۹۶}$$

>

$$\frac{۳}{۲۸۵}$$

$$\frac{۵}{۰۸۶}$$

<

$$\frac{۵}{۸۶۰}$$

در مقایسه ی اعداد برای برابر کردن تعداد ارقام می توان از صفرهای بی اثر کمک گرفت. **مثال:**

$$\frac{۲۳۷}{۳۴}$$

$$\frac{۲۳۷}{۳}$$

→

$$\frac{۲۳۷}{۳۴}$$

$$\frac{۲۳۷}{۳۰}$$

$$\frac{۲۳۷}{۳۰}$$

به جای مرتبه ی صدم در عدد سمت راست صفر قرار می دهیم تا تعداد ارقام برابر و مقایسه راحت تر صورت گیرد.

$$\frac{۲}{۶۰۰}$$

$$\frac{۲}{۰۶۹}$$

>



گسترده نویسی اعداد کسری و اعشاری

در گسترده ی اعداد اعشاری، مانند اعداد طبیعی، هر عدد را با مرتبه اش جدا نوشته (با حذف صفرهای بی اثر در قسمت اعشاری) و مابین آن ها علامت جمع (+) می گذاریم. **مانند:**

الف) $۶۷/۲۱۹ \rightarrow ۶۰ + ۷ + ۰/۲ + ۰/۰۱ + ۰/۰۰۹$

ب) $۲ \frac{۵۶}{۱۰۰۰} \rightarrow ۲ + \frac{۵۰+۶}{۱۰۰۰} = ۲ + \frac{۵}{۱۰۰} + \frac{۶}{۱۰۰۰} = ۲ + \frac{۵}{۱۰۰} + \frac{۶}{۱۰۰۰}$

ج) $۲/۰۵۶ \rightarrow ۲ + ۰/۰۵ + ۰/۰۰۶$



جمع و تفریق اعداد اعشاری

برای جمع و تفریق اعداد اعشاری، با توجه به ارزش مکانی اعداد، ممیز (٫) دو عدد، باید دقیق زیر هم گذاشته شود و اعداد قبل و بعد از ممیز هم باید ارزش مکانی خود را حفظ کنند. یعنی یکان ها زیر یکان ها، دهم ها زیر دهم ها و ... سپس از قسمت راست که کمترین مرتبه است جمع و تفریق را انجام می دهیم. هر جا به علامت ممیز رسیدیم در پاسخ همان ممیز را قرار می دهیم. برای برابر کردن تعداد ارقام دو عدد از صفرهای بی اثر استفاده می کنیم.

$$\begin{array}{r} ۲/۳۲۸ + ۴۶/۹۷ = \\ \begin{array}{r} ۲/۳۲۸ \\ + ۴۶/۹۷ \\ \hline ۴۹/۲۹۸ \end{array} \end{array}$$

صفر بی اثر (pointing to the zero in ۴۶/۹۷)

$$\begin{array}{r} ۱۳۸/۵ - ۲۰/۲۳۵ = \\ \begin{array}{r} ۱۳۸/۵ \\ - ۲۰/۲۳۵ \\ \hline ۱۱۸/۲۶۵ \end{array} \end{array}$$

صفرهای بی اثر (pointing to the zeros in ۱۳۸/۵ and ۲۰/۲۳۵)

در جمع و تفریق اعداد اعشاری اگر یکی از عددها صحیح بود بعد از آن (سمت راست) اعشار می گذاریم و بعد از اعشار به اندازه ی عدد دوم از صفرهای بی اثر استفاده می کنیم. **مانند:**

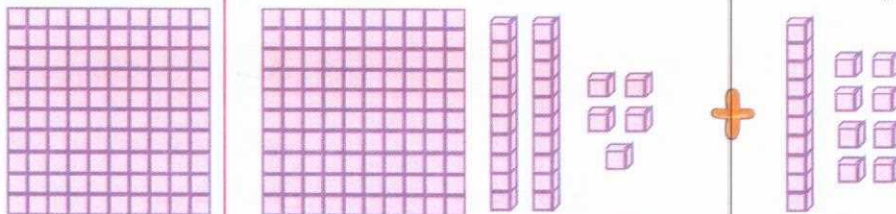
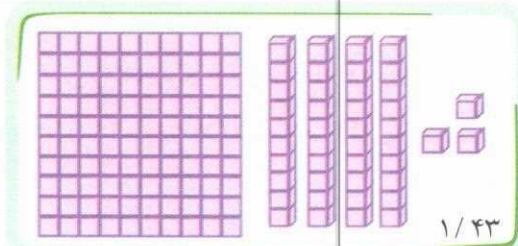
$$\begin{array}{r} ۵ - ۰/۰۴۸ = \\ \begin{array}{r} ۵/۰۰۰ \\ - ۰/۰۴۸ \\ \hline ۴/۹۵۲ \end{array} \end{array}$$

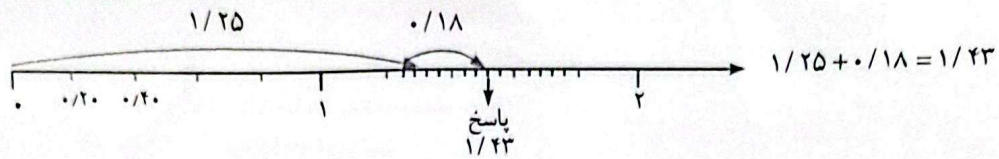
$$\begin{array}{r} ۵ + ۰/۰۴۸ = \\ \begin{array}{r} ۵/۰۰۰ \\ + ۰/۰۴۸ \\ \hline ۵/۰۴۸ \end{array} \end{array}$$

جمع و تفریق اعداد اعشاری با شکل و محور

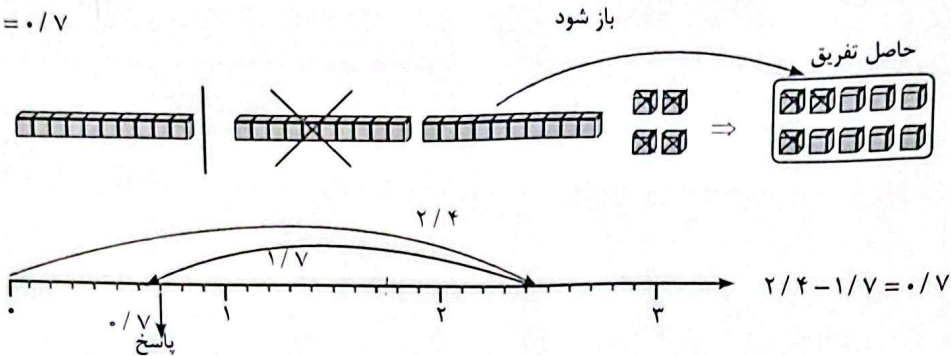
$۱/۲۵ + ۰/۱۸ = ۱/۴۳$

به مثال روبهرو دقت کنید.





$$2/4 - 1/7 = 0/7$$



تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- ۱) عدد ۳/۰۵ از عدد ۳/۵۰ بزرگ‌تر است. ☐ درست ☒ نادرست
- ۲) نمایش اعشاری $\frac{509}{100}$ به صورت ۵/۰۹ است. ☐ درست ☒ نادرست
- ۳) عدد ۷/۲۰۰ با ۷/۲ برابر است. ☐ درست ☒ نادرست
- ۴) صفرهای سمت راست بعد از اعشار، خوانده نمی‌شوند. ☐ درست ☒ نادرست

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

- ۱) گسترده‌ی عدد ۰/۳۵۰ با گسترده‌ی عدد ۰/۳۵ برابر است.
- ۲) برای نوشتن کسر به صورت اعشاری کافی است اول صورت را به اندازه‌ی هفت رقم از سمت راست اعشار بنویسیم.
- ۳) عدد ۳۰/۰۵ را با حروف به صورت سی و پنج و نیم و عدد ۰/۳۵ را به صورت سی و پنج می‌نویسیم.

ج) گزینه‌ی درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

- ۱) کدام یک از اعداد زیر از همه کوچک‌تر است؟
 الف) ۰/۰۴۵ ☐ ب) ۰/۴۰۵ ☐ ج) ۰/۰۴۵ ☒ د) ۰/۴۵ ☐
- ۲) در کدام گزینه علامت‌ها درست گذاشته شده‌اند؟
 الف) $5/7 < 12/0.7 < 0.29$ ☐ ب) $12/0.7 > 5/7 > 0.29$ ☒ ج) $5/7 > 0.29 > 12/0.7$ ☐ د) $12/0.7 < 5/7 < 0.29$ ☐



۳ کدام یک از اعداد زیر بین $\frac{4}{10}$ و $\frac{6}{10}$ است.

(د) $\frac{1}{2}$ ☒

(ج) $\frac{1}{3}$ ☐

(ب) $\frac{1}{4}$ ☐

(الف) $\frac{1}{6}$ ☐

۴ نمایش اعشاری کسر $\frac{1}{8}$ کدام است؟

(د) 0.12 ☐

(ج) 0.125 ☒

(ب) 0.25 ☐

(الف) 0.2 ☐

۵ کدام گزینه با عدد «هفتصد و هفت هزارم» برابر است؟

(د) 0.0707 ☒

(ج) 0.07070 ☐

(ب) 0.770 ☐

(الف) 0.077 ☐

۶ در مسابقه‌ی دو میدانی، نفر اول در 37 ثانیه و نفر دوم در 3 ثانیه به آخر خط رسیدند. نفر برنده چه مقدار زودتر به خط پایان رسیده است؟

(د) 3 ثانیه ☐

(ج) 7 ثانیه ☐

(ب) 0.07 ثانیه ☒

(الف) 0.3 ثانیه ☐

۷ در ترکیب دو ماده برای درست کردن آهن زنگ‌زن، مقدار کروم 0.45 گرم و مقدار کربن 0.609 گرم است. آهن زنگ‌زن به دست آمده چند گرم جرم دارد؟

(د) 6.054 ☐

(ج) 0.654 ☐

(ب) 0.1059 ☐

(الف) 1.059 ☒

۸ گسترده‌ی عددی به این صورت است: $1 + \frac{4}{10} + \frac{7}{100} + \frac{1}{1000}$ ؛ عدد اعشاری برابر با آن در کدام گزینه آمده است؟

(د) 1.471 ☒

(ج) 14.701 ☐

(ب) 0.1471 ☐

(الف) $1/47$ ☐

د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

۱ اعداد زیر را به حروف و رقم بنویسید.

چهار عدد صحت هشت هزارم $\rightarrow$ حروف 40.008 (الف)

دویست و هشتاد و سه هزارم (ب) $\rightarrow$ رقم 283

دوازده و سی و پنج صدم $\rightarrow$ حروف $12/25$ (ج)

سیصد و سه و پنج صدم (د) $\rightarrow$ رقم 303.5

سی عدد صحیح و پنج هزارم (و) $\rightarrow$ رقم 30.005



۲ اعداد اعشاری را به صورت کسری و اعداد کسری را به صورت اعشاری بنویسید.

(الف) $5\frac{1}{2} = 5.5$

(ب) $\frac{16 \times 2}{5 \times 2} = \frac{32}{10} = 3.2$

(ج) $\frac{385}{10} = 38.5$

(د) $\frac{150}{100} = 1.50$

(و) $5\frac{48}{100} = 5.48$

(هـ) $9\frac{28}{1000} = 9.028$

(ن) $0.007 = \frac{7}{1000}$

(ی) $30\frac{15}{100} = 30.15$

۳) با توجه به واحد داده شده، عددی که هر شکل نشان می‌دهد را به صورت کسری و اعشاری بنویسید.

	$\text{کسری} = \frac{43}{10}$ $\text{اعشاری} = 4.3$ $\text{گسترده کسری} = 4 + \frac{3}{10} = 4 + 0.3$ $\text{گسترده اعشاری} = 4.3$
	$\text{کسری} = \frac{218}{100}$ $\text{اعشاری} = 21.8$ $\text{گسترده کسری} = 21 + \frac{8}{100} = 21 + 0.08$ $\text{گسترده اعشاری} = 21.08$
	$\text{کسری} = \frac{153}{10}$ $\text{اعشاری} = 15.3$ $\text{گسترده کسری} = 15 + \frac{3}{10} = 15 + 0.3$ $\text{گسترده اعشاری} = 15.3$

۴) کدامیک از اعداد زیر از نصف بیشتر هستند؟ دور آن‌ها را خط بکشید.

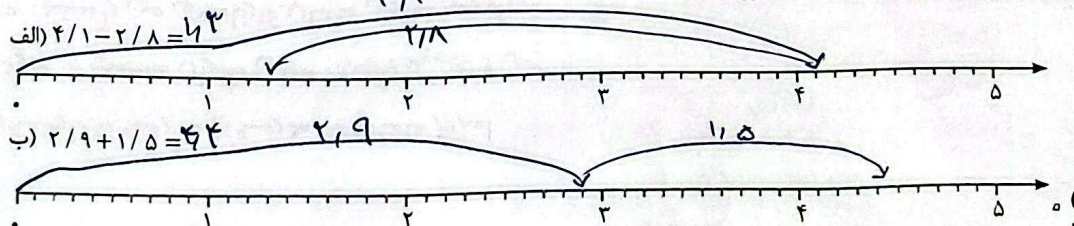
☒ ۰/۹۸
 ☒ ۰/۵۰۹
 ۰/۰۴۳
 ۰/۱۵
 ☒ ۰/۶
 ۰/۰۰۰۰۹
 ☒ ۰/۵۸

۵) با کارت‌های ۱، ۵، ۰، ۴، ۷ کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد اعشاری را بنویسید. سپس اختلاف آن‌ها را به دست آورید. (از کارت ۰ در قسمت صحیح استفاده نکنید.)

کوچک‌ترین = ۰.۴۵۷۱
 بزرگ‌ترین = ۷.۵۴۱۰

$$7.5410 - 0.4571 = 7.0839$$

۶) حاصل عبارات زیر را به کمک محور به دست آورید.

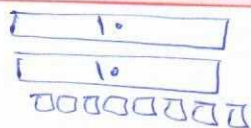
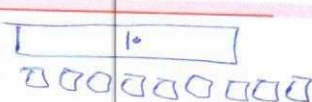
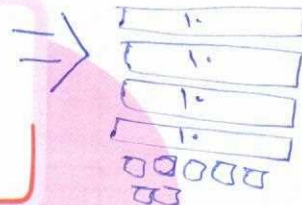


گروه آموزشی گراد

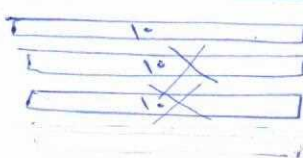


۷ حاصل عبارات زیر را به کمک شکل به دست آورید.

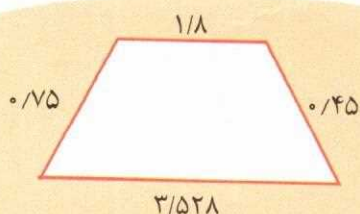
الف) $2/8 + 1/9 = 4/7$



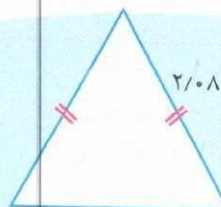
ب) $3/4 - 2/1 = 1/4$



۸ محیط شکل های زیر را به دست آورید.



$1/8 + 3/528 + 0/45 + 0/75 = 9/528$



$2/08 + 2/08 + 2 = 9/16$

۹ حاصل جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

الف) $4/7 - 0/856 = 3/844$

ج) $23 - 14/001 = 8/999$

هـ) $12 - 2/9 + 8/38 = 17/41$

ب) $6/15 + 0/75 = 9/90$

د) $4/92 + 0/287 + 12 = 17/07$

۱۰ برای شکل ها و محورهای زیر جمع یا تفریق مربوطه را بنویسید.



$0/6 + 1/2 = 1/8$



$1/9 - 1/2 = 9/18$



$2/7 + 1 = 3/7$



$$0.44 - 0.24 = 0.20$$

۱۱) مجموع سه عدد ۷ است. اگر یکی از آن‌ها $\frac{2}{5}$ و دیگری $\frac{2}{9}$ باشد، عدد سوم را پیدا کنید.

$$\frac{2}{5} + \frac{2}{9} + \frac{119}{54} = 7$$

$$7 - \frac{54}{54} = \frac{119}{54}$$

۱۲) حدیث از پدرش ۴۵ سانتی متر کوتاه تر است. اگر قد پدرش $\frac{1}{83}$ متر باشد، قد حدیث چند متر و چند سانتی متر است؟

$$\begin{array}{r} 1.183 \\ - 0.45 \\ \hline 1.338 \end{array}$$

۱ متر و ۳۳ سانتی متر

۱۳) آذر خانم نمرات سوال‌های برگه‌ی امتحان دخترش را روی کاغذ نوشت و از دخترش خواست به ساده‌ترین و راحت‌ترین روش، آن‌ها را با هم جمع کند. شما هم در این کار به او کمک کنید تا نمره‌اش را به دست آورد.

$$0.75 + 1.5 + 0.25 + 1.75 + 2 + 0.25 + 1.75 + 1.25 + 0.5 + 2.25 + 1.25 + 1.5 =$$

$$1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 3.15 + 1.5 = 15$$

۱۴) بزازی برای دوختن یک کت $\frac{2}{5}$ متر پارچه و برای دوختن شلوار $\frac{1}{25}$ متر پارچه به پدر حدیث داد.



$$\begin{array}{r} + 1.25 \\ + 2.15 \\ \hline 3.40 \end{array}$$

(الف) پدر حدیث برای دوختن کت و شلوار چند متر پارچه خریده است؟

$$\begin{array}{r} - 2.15 \\ - 1.15 \\ \hline 1.25 \end{array}$$

(ب) اختلاف مقدار پارچه‌ی کت را با پارچه‌ی شلوار حساب کنید.

(ج) اگر هر متر پارچه ۱۲۵۰۰۰ تومان باشد پدر حدیث چند تومان برای خرید کت و شلوار به بزازی پرداخته است؟

$$3.40 \times 125000 = 425000$$



ضرب و تقسیم اعداد اعشاری

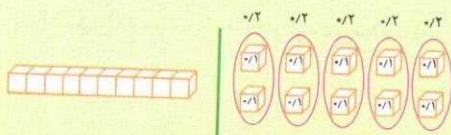
ضرب اعشاری:

یادآوری: با ضرب اعداد اعشاری به طور کلی در سال قبل آشنا شده‌اید. در این قسمت فقط به یادآوری آن‌ها می‌پردازیم.

روش‌های ضرب اعداد اعشاری

۱- روش رسم شکل: می‌خواهیم ضرب دو عدد مقابل را به کمک رسم شکل انجام دهیم.

$$5 \times 0.2$$



اگر مانند مثال روبه رو، یکی از اعداد اعشاری و یکی بدون اعشار بود:

(الف) واحد کامل باید به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شود.

(ب) ضرب را باید به این صورت خواند 5×0.2 یعنی پنج تا دو دهم.

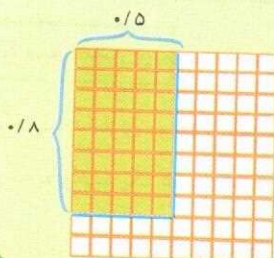
(ج) بعد برای ۵ تا 0.2 شکل می‌کشیم

(د) سپس با شمارش خانه‌ها، مقدار حاصل ضرب را به دست می‌آوریم.

اگر هر دو عدد اعشاری بود **مانند:** 0.5×0.8

یکی از اعداد را طولی و یکی را عرضی روی شکل جدا می‌کنیم

و در پایان قسمتی که انتخاب شده، پاسخ ضرب می‌باشد.



$$5 \times 0.2 = 1$$

$$0.5 \times 0.8 = 0.4$$



۲- روش تبدیل اعداد اعشاری به کسر: نحوه‌ی تبدیل اعداد اعشاری به کسر در ابتدای همین فصل آمده است. ابتدا عددها را به صورت کسری نوشته و با همان روش ضرب کسرها، اما بدون ساده کردن حاصل را به دست می‌آوریم.

$$0.3 \times 0.2 = \frac{3}{10} \times \frac{2}{100} = \frac{6}{1000} = 0.006 \quad \text{مثال ۲:}$$

تبدیل به کسر

$$0.4 \times 1.2 = \frac{4}{10} \times \frac{12}{10} = \frac{48}{100} = 0.48 \quad \text{مثال ۱:}$$

تبدیل به کسر

۳- روش مساحتی: برای محاسبه‌ی حاصل دو عدد اعشاری، به روش مساحتی، می‌توان مانند ضرب کسرها که در سال پنجم آموختید، از مستطیل استفاده کرد.

به این صورت که طول مستطیل عدد بزرگ‌تر ($2/3$) و عرض مستطیل عدد کوچک‌تر ($1/2$) باشد.

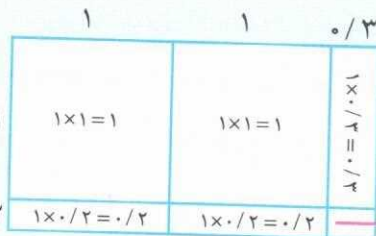
سپس داخل مستطیل را مانند شکل مقابل تقسیم‌بندی کرده و مساحت هر قسمت را یا داخل شکل و یا بیرون آن محاسبه می‌کنیم

و در آخر همه را با هم جمع می‌کنیم.

عدد به دست آمده حاصل ضرب دو عدد بالا می‌باشد.

$$(1+1) + (0.3 + 0.2 + 0.2) + 0.06 = 2 + 0.7 + 0.06 = 2.76$$

$$2/3 \times 1/2 = 2/76 \quad \text{پس}$$



۴- روش تکنیکی: در این روش اعداد اعشاری را بدون در نظر گرفتن علامت اعشار، ضرب می‌کنیم بعد به اندازه‌ی تعداد رقم‌های اعشار دو عدد، از سمت راست در پاسخ اعشار را می‌زنیم.

$$1/2 \times 0/9 \rightarrow 12 \times 9 = 108 \rightarrow 1/2 \times 0/9 = 0/8$$

۱ رقم اعشار ۱ رقم اعشار

۲ رقم اعشار



نکته‌ها: (ضرب اعداد اعشاری)

در ضرب اعداد اعشاری در عدد‌های ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و... ابتدا خود عدد را می‌نویسیم. سپس به اندازه‌ی صفرهای ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و... اعشار را به سمت راست حرکت می‌دهیم. (در این حالت پاسخ‌ها بزرگ‌تر می‌شود).

$$17/186 \times 10 = 171/86$$

$$17/186 \times 100 = 1718/6$$

$$17/186 \times 1000 = 17186/0 = 17186$$

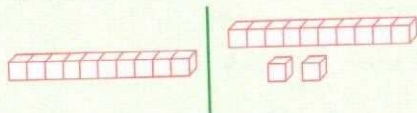
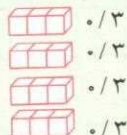
تقسیم اعشاری

تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی:

هنگامی که بخواهیم یک عدد اعشاری را بر یک عدد طبیعی تقسیم کنیم، به روش‌های زیر این کار را انجام می‌دهیم:

۱- روش رسم شکل: عدد اعشاری ما یک رقم اعشار دارد، پس واحد ما باید ۱۰ قسمتی باشد. یعنی هر واحد را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کرده و شکل مربوطه را رسم می‌کنیم.

$$1/2 \div 4 =$$



$$\Rightarrow 1/2 \div 4 = 0/3$$

۲- روش تبدیل به کسر: همانند ضرب، اعداد اعشاری را تبدیل به کسر کرده و تقسیم کسر را با روش ضرب معکوس (مانند فصل قبل) انجام داده و حاصل را به دست می‌آوریم.

$$1/2 \div 4 = \frac{12}{10} \div 4 = \frac{12}{10} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{10} = 0/3$$

۳- روش تکنیکی (تقسیم معمولی): تقسیم اعشاری را همانند یک تقسیم معمولی به دست آورده و به اندازه‌ی اعشار مقسوم در خارج قسمت و باقی مانده، اعشار می‌زنیم.

$$1/2 \div 4 \Rightarrow 1/2 \overline{) 4/3} \Rightarrow 12 \overline{) 4/3}$$

$$\begin{array}{r} 1/2 \\ 0/0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ 00 \\ \hline \end{array}$$

$$0/16 \div 3 \Rightarrow 0/16 \overline{) 3/5} \Rightarrow 16 \overline{) 3/5}$$

$$\begin{array}{r} 0/16 \\ 0/01 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \\ 01 \\ \hline \end{array}$$



هنگامی که عدد اعشاری بر ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و... تقسیم شود بهتر است ابتدا خود عدد را نوشته، سپس به اندازه‌ی صفرهای ۱۰،

$$۳۲۶/۱۹۳ \div ۱۰ = ۳۲/۶۱۹۳$$

$$۳۲۶/۱۹۳ \div ۱۰۰ = ۳/۲۶۱۹۳$$

$$۳۲۶/۱۹۳ \div ۱۰۰۰ = ۰/۳۲۶۱۹۳$$

$$۳۲۶/۱۹۳ \div ۱۰۰۰۰ = ۰/۰۳۲۶۱۹۳$$

۱۰۰۰، ۱۰۰ و... اعشار را به سمت چپ حرکت دهیم. **مانند:**



۱- هنگامی که اعداد اعشاری بر ۱/۰، ۰/۰۱، ۰/۰۰۱ تقسیم شوند مثل این است که آن اعداد در ۱۰، ۱۰۰،

۱۰۰۰ و... ضرب شده‌اند. در این حالت پاسخ‌ها بزرگ‌تر می‌شوند، **مانند:**

$$۱/۳ \div ۰/۱ = ۱/۳ \times ۱۰ = ۱۳$$

$$۱/۳ \div ۰/۰۱ = ۱/۳ \times ۱۰۰ = ۱۳۰$$

$$۱/۳ \div ۰/۰۰۱ = ۱/۳ \times ۱۰۰۰ = ۱۳۰۰$$

۲- در ضرب اعداد اعشاری در ۱/۰، ۰/۰۱، ۰/۰۰۱ و... مثل این است که اعداد اعشاری را بر ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و... تقسیم کرده‌ایم.

پس، ابتدا خود عدد را نوشته سپس به اندازه‌ی اعشار ۱/۰، ۰/۰۱، ۰/۰۰۱ و... علامت اعشار را به سمت چپ حرکت می‌دهیم.

(در این حالت پاسخ‌ها کوچک‌تر می‌شود.)

$$۰/۵ \times ۰/۱ = ۰/۰۵ \longleftrightarrow ۰/۵ \div ۱۰ = ۰/۰۵$$

$$۸۲۹/۳۱۰ \times ۰/۱ = ۸۲/۹۳۱۰$$

$$۸۲۹/۳۱۰ \times ۰/۰۱ = ۸/۲۹۳۱۰$$

$$۰/۵ \times ۰/۰۱ = ۰/۰۰۵$$

$$۸۲۹/۳۱۰ \times ۰/۰۰۱ = ۰/۸۲۹۳۱۰$$

$$۰/۵ \times ۰/۰۰۱ = ۰/۰۰۰۵$$

تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

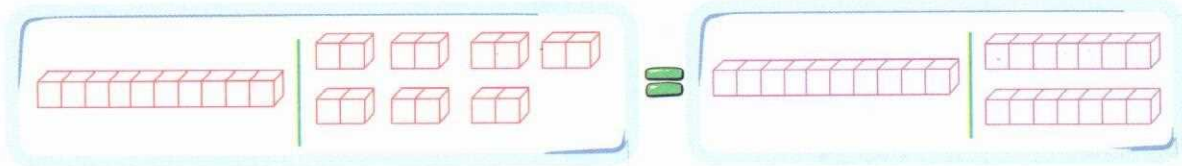
- | | | |
|--|--|---|
| ☒ نادرست | ☐ درست | ۱ در ضرب عدد اعشاری در ۰/۰۰۱ علامت اعشار عدد، سه رقم به سمت چپ حرکت می‌کند. |
| ☐ نادرست | ☒ درست | ۲ حاصل $۷/۵ \times ۰/۲$ برابر است با ۱/۵. |
| ☒ نادرست | ☐ درست | ۳ حاصل $۲/۷ \div ۹$ برابر است با ۳. |
| ☒ نادرست | ☐ درست | ۴ در تقسیم عدد اعشاری بر ۱۰، علامت اعشار عدد، یک رقم به سمت راست حرکت می‌کند. |

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

- | | |
|---|--|
| ۱ | اگر در یک عدد اعشاری مانند ۱/۱۲۵ علامت اعشار یک رقم به سمت راست حرکت کند، یعنی عدد را در ۱۰ ضرب کرده‌ایم. |
| ۲ | اگر در یک عدد اعشاری مانند ۱۲/۷۲۶ علامت اعشار یک رقم به سمت چپ حرکت کند، یعنی عدد را بر ۱۰ تقسیم کرده‌ایم. |
| ۳ | در ضرب اعداد اعشاری به روش مساحتی بهتر است از شکل مستطیل استفاده شود. |
| ۴ | حاصل $۰/۵ \times ۰/۵$ برابر است با ۰/۲۵. |

ج) گزینه‌ی درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

۱) تساوی ضرب مربوط به شکل زیر در کدام گزینه آمده است؟



☐ ب) $2 \times 0.7 = 0.7 \times 2$

☐ الف) $0.7 \times 2 = 0.2 \times 0.7$

☒ د) $7 \times 0.2 = 2 \times 0.7$

☐ ج) $0.2 \times 0.7 = 0.7 \times 0.2$

۲) حاصل کدام یک از گزینه‌های زیر با بقیه متفاوت است؟

☐ ب) 0.2×0.6

☐ الف) 0.3×0.4

۳) حاصل $9 + 0.25 + 4$ برابر است با:

☒ ب) 13.25

☐ الف) 4.259

☐ ج) 4.34

☐ د) 9.29

۴) روبانی به طول $4/5$ متر را به پنج قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم. طول هر قسمت چند متر می‌شود؟

☐ ب) 9

☐ الف) 0.9

☒ ج) 0.9

☐ د) 0.5

۵) ضخامت یک بسته مقوای رنگی ۵ تایی، 0.5 سانتی‌متر است. کدام گزینه نشان دهنده‌ی ضخامت یک برگ از این بسته است؟

☐ ب) 0.01

☐ الف) $2/5$

☐ ج) 0.05

☒ د) 0.1



د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

۱) حاصل ضرب و تقسیم‌های زیر را به دست آورید.

الف) $0.5 \times 0.7 = 0.35$

ب) $0.03 \times 0.06 = 0.0018$

ج) $10 \times 0.01 \times 1000 = 100$

د) $0.2 \times 5 \times 0.04 = 0.04$

و) $0.1 \times 0.5 \times 0.1 = 0.005$

هـ) $1/5 \div 2 = 0.1$

ن) $(4/356 \times 100) \div (0.1 \times 1000) = 4.256$

ل) $84/7 \div 1000 = 0.012$

ک) $(20/2 \times 10) \div 10 = 20.2$

۲) با تبدیل اعداد اعشاری به کسر، حاصل را به دست آورده و به صورت عدد اعشاری بنویسید. (مانند نمونه)

مثال: $5/7 \times 0.2 = \frac{57}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{114}{100} = 1.14$

الف) $3/5 \times 1/7 = \frac{35}{10} \times \frac{17}{10} = \frac{595}{100} = 5.95$

ج) $2/008 \times 0.3 = 0.6024$

$$\frac{2008}{1000} \times \frac{3}{10} = \frac{6024}{10000}$$

گروه آموزشی گراد



$$\text{ب) } 5/5 \times 5/5 = \frac{55}{10} \times \frac{55}{10} = \frac{3025}{100} = 30.25$$

$$\text{د) } 4/9 \times 1/0.1 = \frac{49}{10} \times \frac{101}{100} = \frac{4949}{1000} = 4.949$$

۳ خارج قسمت و باقی مانده ی هر تقسیم را به دست آورید.

$$\begin{array}{r} 0.24 \overline{) 6} \\ \underline{48} \\ 120 \\ \underline{120} \\ 0 \end{array}$$

خارج قسمت
باقی مانده

$$\begin{array}{r} 8.2 \overline{) 9} \\ \underline{164} \\ 0 \end{array}$$

خارج قسمت
باقی مانده

$$\begin{array}{r} 2.5 \overline{) 4} \\ \underline{50} \\ 0 \end{array}$$

خارج قسمت
باقی مانده

$$\begin{array}{r} 2.7 \overline{) 2} \\ \underline{54} \\ 0 \end{array}$$

خارج قسمت
باقی مانده

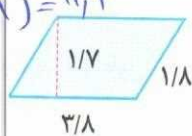
۴ به کمک محاسبه ی مساحت شکل، پاسخ ضرب مقابل را به دست آورید.

$$(1 + 1) + (7.2 + 0.7 + 0.7) + 0.14 = 1 + 1.4 + 0.14 = 2.54$$

۵ محیط و مساحت هر یک از شکل های زیر را به دست آورید.

$$\begin{aligned} \text{محیط} &= 1.9 \times 4 = 7.6 \\ \text{مساحت} &= 1.9 \times 1.9 = 3.61 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{محیط} &= (2 \times 1.8) + (2 \times 3.8) = 11.2 \\ \text{مساحت} &= 1.7 \times 3.8 = 6.46 \end{aligned}$$



۶ حاصل ضرب های زیر را به روش تکنیکی به دست آورید.

$$\text{الف) } 35/8 \times 1/1 = 39.38$$

$$\text{ب) } 3/7 \times 2/18 = 1.066$$

$$\text{ج) } 0.09 \times 1/25 = 0.1125$$

$$\text{د) } 0.13 \times 12 = 1.56$$



۷ حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } 19 - (0.25 \times 10) = 19 - 2.5 = 16.5$$

$$\text{ج) } (1/1 \times 1/17) - (5/5 \div 10) = 1.287 - 0.55 = 0.737$$

$$\text{ب) } (3/6 \div 4) + 0.1 = 0.9 + 0.1 = 1$$

$$\text{د) } (14/8 + 0.2) \times (0.63 \div 7) = 1.5 \times 0.09 = 0.135$$

۸ حاصل تقسیم های زیر را با تبدیل به کسر به دست آورید.

$$\text{الف) } 0.14 \div 2 = \frac{14}{100} \div \frac{2}{1} = \frac{14}{100} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{100} = 0.07$$

$$\text{ج) } 8/1 \div 9 = \frac{81}{10} \div \frac{9}{1} = \frac{81}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{9}{10} = 0.9$$

$$\text{ب) } 0.8 \div 2 = \frac{8}{10} \div \frac{2}{1} = \frac{8}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{10} = 0.4$$

$$\text{د) } 5/82 \div 2 = \frac{582}{100} \div \frac{2}{1} = \frac{582}{100} \times \frac{1}{2} = \frac{291}{100} = 2.91$$



انتشارات گراد

ه) مسئله‌های زیر را حل کنید.

- ۱) بتایی می‌خواهد آجرها را به بالای ساختمانی ۵ طبقه ببرد. اگر ارتفاع هر طبقه ۲/۹۵ متر باشد، این بتا تا طبقه ی پنجم چه ارتفاعی را باید بالا برود؟



$$2,95 \times 5 = 14,75$$

- ۲) اگر ضخامت یک بسته ی ۲۰ تایی پاکت نامه ۲/۵ سانتی‌متر باشد، ضخامت یک عدد پاکت تقریباً چند سانتی‌متر است؟ (با روش تبدیل به کسر)



$$2,5 \div 20 = \frac{25}{100} \div \frac{20}{100} = \frac{25}{100} \times \frac{1}{20} = \frac{5}{400}$$

$$\frac{5 \times 20}{400 \times 20} = \frac{100}{10000} = 0,01$$

- ۳) کشاورزی می‌خواهد دور زمین مستطیل شکل خود را برای امنیت بیشتر ۳ دور سیم خاردار بکشد. اگر طول زمین کشاورزی ۷/۴۳ متر و عرض آن ۴/۳ متر باشد، این کشاورز به چند متر سیم خاردار نیاز دارد؟



$$(7,43 + 4,3) \times 2 = 23,46$$

$$23,46 \times 3 = 70,38$$

- ۴) سعید و فرزاد در مسابقه‌ی دو شرکت کردند. طول هر گام سعید ۰/۸ متر و طول هر گام فرزاد ۰/۷ متر است.
 الف) اگر سعید و فرزاد بخواهند به اندازه‌ی ۱۰۰ گام بدوند، هر کدام چه مقدار از مسافت را طی می‌کنند؟
 ب) بعد از پیمودن ۱۰۰ گام، فرزاد چند متر عقب‌تر از سعید است؟
 ج) هر کدام چند متر دیگر باید بدوند، تا به ۱۰۰ متر برسند؟
 د) اگر سعید در هر گام ۲/۳ کالری انرژی و فرزاد در هر گام ۲/۵ کالری انرژی مصرف کنند، مقدار کالری مصرف شده تا ۱۰۰ گام را برای هر نفر حساب کنید.

$$0,8 \times 100 = 80 \text{ متر سعید}$$

$$0,7 \times 100 = 70 \text{ متر فرزاد}$$

$$100 - 70 = 30 \text{ متر}$$

$$100 - 80 = 20 \text{ متر سعید}$$

$$80 \times \frac{2}{3} = 106,67 \text{ کالری}$$

$$70 \times \frac{2}{5} = 28 \text{ کالری}$$





تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی



مقسوم
مقسوم علیه
خارج قسمت
باقی مانده

اجزای تقسیم:

در این تقسیم‌ها باید به چند نکته‌ی اساسی دقت کرد.
اول: در ابتدا خط ممیز را تا پایین ادامه می‌دهیم.
دوم: توجه به ممیز که چه هنگام در خارج قسمت گذاشته شود.
سوم: تعداد ارقام اعشار خواسته شده در خارج قسمت.

شرح تقسیم

$$19.4 \overline{) 6}$$

با توجه به مثال روبه‌رو، روش تقسیم را توضیح می‌دهیم.
ابتدا خط ممیز را تا پایین رسم کرده.
(این کار نشان دهنده‌ی محل درست اعشار در مراحل بعدی تقسیم است)

$$\begin{array}{r} 19.4 \overline{) 6} \\ -18 \\ \hline 014 \\ -12 \\ \hline 02 \end{array}$$

بعد تقسیم را همانند تقسیم معمولی که در سال‌های گذشته انجام می‌داده‌اید، انجام می‌دهیم.
فقط دقت شود هرگاه در انجام عملیات تقسیم، در مقسوم به این خط (اعشار) رسیدیم باید در خارج قسمت هم، علامت اعشار گذاشته شود.

توجه شود

که در این گونه تقسیم‌ها، تقسیم را تا جایی پیش می‌بریم که تعداد رقم‌های اعشار خارج قسمت و باقی‌مانده همانند تعداد رقم‌های مقسوم باشد.



گاهی اوقات برای اینکه باقی‌مانده به صفر برسد و به جواب دقیق‌تری برسیم لازم است در سمت راست قسمت اعداد اعشاری، به تعداد موردنیاز صفر گذاشته شود (همان صفرهای بی‌اثر) و بعد تقسیم را ادامه دهیم. (دقت شود که باز هم تعداد ارقام اعشاری خارج قسمت و باقی‌مانده و مقسوم با هم برابر باشد) به این کار پیشروی در تقسیم می‌گویند.



$$\begin{array}{r} 6/97 \overline{) 117425} \\ -4 \\ \hline 29 \\ -28 \\ \hline 017 \\ -016 \\ \hline 008 \\ -008 \\ \hline 002 \\ -002 \\ \hline 000 \end{array}$$

پیشروی در تقسیم

تا ۴ رقم اعشار در خارج قسمت

$$\begin{array}{r} 6/97 \overline{) 1174} \\ -4 \\ \hline 29 \\ -28 \\ \hline 017 \\ -016 \\ \hline 001 \end{array}$$



انتشارات گراد



$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 4} \mid \overset{6}{3} \overline{) 23} \\ -18 \\ \hline 014 \\ -12 \\ \hline 0020 \\ -0018 \\ \hline 0002 \end{array}$$

پیشروی در تقسیم
تا ۲ رقم اعشار در خارج قسمت

$$\begin{array}{r} 19 \overline{) 4} \mid \overset{6}{3} \overline{) 23} \\ -18 \\ \hline 014 \\ -12 \\ \hline 0020 \\ -0018 \\ \hline 0002 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 124 \overline{) 15} \mid \overset{8}{5} \\ -8 \\ \hline 044 \\ -40 \\ \hline 0040 \\ -40 \\ \hline 0000 \end{array}$$

پیشروی در تقسیم
تا یک رقم اعشار در خارج قسمت

$$\begin{array}{r} 124 \overline{) 15} \mid \overset{8}{5} \\ -8 \\ \hline 044 \\ -40 \\ \hline 0040 \\ -40 \\ \hline 0000 \end{array}$$

قبلاً گفتیم زمانی که نتوانیم کسری را به صورت اعشاری بنویسیم کافی است صورت را بر مخرج تقسیم کنیم؛ مانند کسر $\frac{1}{8}$



$$\frac{1}{8} = ?$$

↓

$$\frac{1}{8} = 0.125$$

صفرهای بی اثر

$$\begin{array}{r} 1 \overline{) 8} \mid \overset{8}{5} \overline{) 125} \\ -08 \\ \hline 20 \\ -16 \\ \hline 040 \\ -040 \\ \hline 000 \end{array}$$

در این تقسیم‌ها چون باقی‌مانده صفر نمی‌شود، ما تقسیم را تا یک رقم اعشار یا دو رقم اعشار و یا بیشتر، پیش می‌بریم، که در این حالت خارج قسمت، همان پاسخ ماست و چون در بعضی موارد هیچ‌گاه به باقی‌مانده‌ی صفر نمی‌رسیم، پاسخ دقیق نیست و می‌گوییم تقریباً مساوی با

$$\frac{3}{7} = ? \quad \frac{5}{11} = ? \quad \frac{7}{13} = ?$$

$$\frac{3}{7} = ?$$

علامت تقریب

$$\frac{3}{7} \approx 0.42$$

$$\frac{3}{7} \approx 0.42$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 7} \mid \overset{7}{4} \overline{) 2} \\ -28 \\ \hline 020 \\ -14 \\ \hline 006 \end{array}$$

و می‌خوانیم: $\frac{3}{7}$ تقریباً مساوی با ۰/۴۲ است.

مثال:



۴۴

رابطه‌ی درستی تقسیم:



برای اینکه بفهمیم تقسیم ما درست حل شده یا نه، دو روش زیر را بررسی می‌کنیم.

الف) باقیمانده باید کمتر از خارج قسمت باشد $۳/۲ < ۰/۲$

ب) خارج قسمت را در مقسوم علیه ضرب کرده سپس آن

را با باقیمانده جمع می‌کنیم، که حاصل باید برابر با همان مقسوم به دست آید.

$$\overbrace{۱۹/۲}^{۱۹/۲} \div ۳/۲ = ۶ + ۰/۲ \Rightarrow ۳/۲ \times ۶ + ۰/۲ = ۱۹/۲$$

مقسوم = باقیمانده + (مقسوم علیه $\times$ خارج قسمت)

$$\begin{array}{r} ۱۹/۲ \overline{) ۳/۲} \\ \underline{-۱۸} \\ ۰۱۴ \\ \underline{-۱۲} \\ ۰۲ \end{array} \rightarrow \text{باقیمانده}$$

تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- ۱) در هر تقسیم خارج قسمت همیشه بزرگ‌تر از باقی‌مانده است. ☒ درست ☐ نادرست
- ۲) خارج قسمت $۷/۲ \div ۹$ مساوی $۰/۰۸$ است. ☒ درست ☐ نادرست
- ۳) پیشروی در تقسیم، برای انجام دقیق‌تر تقسیم است. ☐ درست ☒ نادرست

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

- ۱) در درستی تقسیم ابتدا خارج قسمت با مقسوم علیه ضرب می‌شود و سپس حاصل با باقی‌مانده جمع می‌شود.
- ۲) در تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی، باید تعداد ارقام اعشاری خارج قسمت و باقی‌مانده با مقسوم برابر باشد.

ج) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

- ۱) تقسیم‌های زیر را با توجه به موارد خواسته شده کامل کنید.

$$\begin{array}{r} ۵۱ \overline{) ۱۸} \rightarrow \text{پیشروی تقسیم تا یک رقم اعشار} \\ \underline{-۳۶} \\ ۱۴۰ \\ \underline{-۱۰۰} \\ ۴۰ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۹۶۶ \overline{) ۱۵} \rightarrow \text{پیشروی تقسیم تا یک رقم اعشار} \\ \underline{-۹۰} \\ ۶۶۰ \\ \underline{-۶۰} \\ ۶۰ \\ \underline{-۶۰} \\ ۰ \end{array}$$



۷۵

انتشارات گراد

۲ رضا در یک هفته پیاده‌روی، مسافت‌هایی را که پیموده بود، در جدول زیر نوشت. شما او را راهنمایی کنید که هر روز به طور متوسط چند کیلومتر پیاده‌روی کرده است؟ (پاسخ را تا دو رقم اعشار در خارج قسمت به دست آورید.) ۳/۰۱

روزهای هفته	شنبه	۱ شنبه	۲ شنبه	۳ شنبه	۴ شنبه	۵ شنبه	جمعه
مسافت (کیلومتر)	۳/۴	۲/۸	۵/۳	۱/۷۱	۲/۳۶	۳/۳	۲/۲

$$(۳,۴ + ۲,۸ + ۵,۳ + ۱,۷۱ + ۲,۳۶ + ۳,۳ + ۲,۲) = ۲۱,۵۷$$

$$\begin{array}{r} ۲۱,۵۷ : ۷ \\ ۳ \overline{) ۲۱۵۷} \\ ۲۱ \\ \hline ۰۵ \\ ۰۴ \\ \hline ۱۵ \\ ۱۴ \\ \hline ۰۷ \\ ۰۷ \\ \hline ۰۰ \end{array}$$

۳ حاصل تقسیم‌های زیر را به دست آورید سپس رابطه‌ی درستی هر تقسیم را بنویسید.

$$\begin{array}{r} ۱۶ \overline{) ۲۸} \\ ۱۳ \\ \hline ۰۵۲ \\ ۰۴ \\ \hline ۰۱۲ \\ ۰۹ \\ \hline ۰۳ \end{array}$$

رابطه:

$$(۱,۲۵ \times ۱۳) + ۰,۰۳ = ۱,۶۲۵$$

$$\begin{array}{r} ۱۲۰ \overline{) ۸۹} \\ ۱۱۰ \\ \hline ۰۱۰۸ \\ ۰۵ \\ \hline ۰۵۳۹ \\ ۰۴۹ \\ \hline ۰۴۴ \end{array}$$

رابطه:

$$(۲,۱۹ \times ۵۵) + ۰,۴۴ = ۱۲۰,۸۹$$

$$\begin{array}{r} ۴۳ \overline{) ۴} \\ ۳۶ \\ \hline ۰۷۴ \\ ۰۷ \\ \hline ۰۲ \end{array}$$

رابطه:

$$(۴,۱۸ \times ۹) + ۰,۲۲ = ۴۳,۴$$

۴ مدرسه‌ی آل احمد، در مهر ماه، آزمون سنجش ورودی را برای کلیه‌ی دانش‌آموزان برگزار کرد. مدیر مدرسه کارت‌های ورودی دانش‌آموزان را که ۲۳۰ تا بودند، روی هم قرار داد. ضخامت آن‌ها ۲۴ میلی‌متر بود، حالا بگویید ضخامت هر کارت چند میلی‌متر بوده است؟ (پاسخ را تا سه رقم اعشار به دست آورید.) تقریباً ۰/۱۰۴ متر

$$\begin{array}{r} ۲۴ \overline{) ۲۳۰۰۰} \\ ۲۳ \\ \hline ۰۱۰۰۰ \\ ۰۹۲۰ \\ \hline ۰۰۸۰ \end{array}$$

۵ محیط یک مستطیل ۴۰/۸ سانتی‌متر است اگر طول مستطیل دو برابر عرض آن باشد. مساحت مستطیل چند سانتی‌متر است؟

$$\begin{aligned} (ع + ط) \times ۲ &= ۴۰,۸ \\ ۲ \quad ۱ & \longrightarrow \\ ۲,۰۴ & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ۴۰,۸ : ۲ &= ۲۰,۴ \quad \text{مجموع طول و عرض} \\ ۲۰,۴ : ۳ &= ۶,۸ \quad \text{عرض} \\ ۶,۸ \times ۲ &= ۱۳,۶ \quad \text{طول} \\ (۱۳,۶ + ۶,۸) \times ۲ &= ۴۰,۸ \end{aligned}$$



تقسیم یک عدد بر عدد اعشاری

در درس قبل یاد گرفتید که چگونه یک عدد اعشاری را بر عدد طبیعی تقسیم کنید. در این قسمت تقسیم یک عدد (طبیعی - اعشاری) بر عدد اعشاری را با ذکر مثال توضیح می‌دهیم. به تقسیم‌های زیر توجه کنید:

$\begin{array}{r} 9 \overline{) 5} \\ - 4 \\ \hline 1 \end{array}$	<p>مقسوم و مقسوم‌علیه $\times 3 \rightarrow$</p>	$\begin{array}{r} 27 \overline{) 15} \\ - 15 \\ \hline 0 \end{array}$	<p>مقسوم و مقسوم‌علیه $\times 5 \rightarrow$</p>	$\begin{array}{r} 135 \overline{) 75} \\ - 75 \\ \hline 0 \end{array}$
$\xrightarrow{\times 3} 4$		$\xrightarrow{\times 5} 12$		$\xrightarrow{\times 5} 60$
$\begin{array}{r} 9 \overline{) 5} \\ - 4 \\ \hline 1 \end{array}$	<p>مقسوم و مقسوم‌علیه $\times 10 \rightarrow$</p>	$\begin{array}{r} 90 \overline{) 50} \\ - 50 \\ \hline 0 \end{array}$	<p>مقسوم و مقسوم‌علیه $\times 2 \rightarrow$</p>	$\begin{array}{r} 180 \overline{) 100} \\ - 100 \\ \hline 0 \end{array}$
$\xrightarrow{\times 10} 40$		$\xrightarrow{\times 2} 40$		$\xrightarrow{\times 2} 80$
$\begin{array}{r} 9 \overline{) 5} \\ - 4 \\ \hline 1 \end{array}$	<p>مقسوم و مقسوم‌علیه $\times 7 \rightarrow$</p>	$\begin{array}{r} 63 \overline{) 35} \\ - 35 \\ \hline 0 \end{array}$	<p>مقسوم و مقسوم‌علیه $\times 20 \rightarrow$</p>	$\begin{array}{r} 1260 \overline{) 700} \\ - 700 \\ \hline 0 \end{array}$
$\xrightarrow{\times 7} 28$		$\xrightarrow{\times 20} 280$		$\xrightarrow{\times 20} 560$



همان‌طور که مشاهده می‌کنید اگر مقسوم و مقسوم‌علیه یک تقسیم را در عددی غیر از صفر ضرب کنیم، خارج قسمت تغییری نمی‌کند ولی باقی‌مانده در همان عدد ضرب می‌شود.

برای تقسیم یک عدد بر عدد اعشاری، اگر مقسوم علیه یک عدد اعشاری است، باید آن را به عدد طبیعی تبدیل کنیم. یعنی مقسوم‌علیه را از حالت اعشاری خارج کنیم، برای این کار باید به تعداد رقم‌های اعشار مقسوم‌علیه دقت کرد. به این صورت که اگر مقسوم‌علیه ما یک رقم اعشار داشت، مقسوم و مقسوم‌علیه در ۱۰ ضرب می‌شوند، اگر مقسوم‌علیه دو رقم اعشار داشت در ۱۰۰ و اگر سه رقم اعشار داشت در ۱۰۰۰ ضرب می‌شوند و به این صورت:

<p>مقسوم و مقسوم‌علیه</p> $176 \overline{) 2/4} \xrightarrow{\times 10} 1760 \overline{) 24}$	<p>مقسوم و مقسوم‌علیه</p> $50281 \overline{) 0/007} \xrightarrow{\times 1000} 50281 \overline{) 7}$
---	---

در اینجا مقسوم و مقسوم‌علیه، با توجه به تعداد رقم‌های اعشار، در اعداد ۱۰۰۰ و ۱۰ ضرب شدند و تقسیم‌های جدیدی به دست آمد. حالا محاسبه‌ی تقسیم‌های جدید را انجام می‌دهیم:

$$\begin{array}{r} 1760 \overline{) 24} \\ - 168 \\ \hline 0080 \\ - 72 \\ \hline 0008 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50281 \overline{) 7} \\ - 49 \\ \hline 012 \\ - 7 \\ \hline 0058 \\ - 56 \\ \hline 002 \\ - 2 \\ \hline 0000 \end{array}$$



وقتی تقسیم‌ها را محاسبه کردیم، برای تعیین باقی‌مانده‌ی تقسیم اولیه (اصلی)، باید باقی‌مانده‌ی به‌دست آمده را بر همان عددی که مقسوم و مقسوم‌علیه را در آن ضرب کرده بودیم (یعنی ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و...) تقسیم کنیم.



مقسوم و مقسوم‌علیه $\xrightarrow{\times 10}$ انتقال باقی‌مانده $\xleftarrow{\div 10}$

$$\begin{array}{r} 176 \overline{) 24} \\ \underline{168} \\ 80 \\ \underline{72} \\ 8 \end{array}$$

مثال ۱: می‌خواهیم حاصل تقسیم زیر را تا یک رقم اعشار در خارج قسمت به‌دست آوریم:

مقسوم و مقسوم‌علیه $\xrightarrow{\times 100}$ $\xleftarrow{\div 100}$

$$\begin{array}{r} 700 \overline{) 9} \\ \underline{63} \\ 70 \\ \underline{63} \\ 70 \\ \underline{63} \\ 7 \end{array}$$

مثال ۲: می‌خواهیم تقسیم زیر را به کمک ماشین حساب، بدون محاسبه‌ی تقسیم، تا دو رقم اعشار در خارج قسمت به‌دست آوریم و باقی‌مانده‌ی آن را تعیین کنیم.

با استفاده از ماشین حساب، حاصل تقسیم $3/45$ بر $0/7$ تا دو رقم اعشار، برابر با $4/92$ است. حالا با استفاده از رابطه‌ی تقسیم، می‌توانیم مقدار باقی‌مانده را به‌دست آوریم.

$3/45 \div 0/7 \rightarrow$ خارج قسمت تا دو رقم اعشار $4/92$

$\Rightarrow$ (مقسوم علیه $\times$ خارج قسمت) - مقسوم $\rightarrow$ روش به دست آوردن باقی‌مانده

باقی‌مانده $=$ (مقسوم علیه $\times$ خارج قسمت) - مقسوم

باقی‌مانده $= 3/45 - (4/92 \times 0/7) = 3/45 - 3/444 = 0/006$

انجام تقسیم با روش تبدیل به کسر

به کسرهای مساوی روبه‌رو دقت کنید:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} \dots$$

گفتیم که اگر مقسوم و مقسوم‌علیه را در یک عدد غیر از صفر ضرب کنیم، خارج قسمت تغییری نمی‌کند.

به مثال روبه‌رو توجه کنید:

$$\frac{2}{7} \div \frac{3}{1} = \frac{27}{31}$$

$$\frac{2}{7} \div \frac{3}{1} = \frac{2/7}{3/1} = \frac{27}{31}$$

وقتی مقسوم‌علیه تقسیمی، عدد اعشاری را به‌صورت کسری بنویسیم و با انجام تقسیم کسرها، حاصل

تقسیم را به‌دست آوریم.

گروه آموزشی گراد



$$\text{الف) } 2/7 \div 3/1 = \frac{27}{7} \div \frac{31}{1} = \frac{27}{31}$$

$$\text{ب) } 0/34 \div 1/7 = \frac{34}{100} \div \frac{17}{10} = \frac{34}{100} \times \frac{10}{17} = \frac{2}{10} = 0/2$$

در تقسیم‌های اعشاری که صورت و مخرج بر هم بخش‌پذیرند، ابتدا تعداد رقم‌های اعشار هر دو را با کمک صفرهای بی اثر برابر می‌کنیم، پس اعشار را در نظر نمی‌گیریم و سپس کسرها را در صورت امکان ساده می‌کنیم و حاصل را به دست می‌آوریم. **مثال:**

$$\frac{2/10}{0/07} = \frac{210}{7} = 30$$

مسائل مربوط به چرخ‌ها

وقتی یک چرخ یک دور کامل بزند، به اندازه‌ی محیط خود، روی زمین جلو رفته است پس می‌توان با توجه به تعداد دورهایی که یک چرخ چرخیده است، مسافت طی شده توسط آن را به دست آورد.

$$\text{تعداد دور} \times \text{محیط چرخ} = \text{مسافت طی شده توسط چرخ}$$

وقتی چرخ، یک دور کامل بچرخد، مسافتی که طی کرده است، برابر با محیط آن می‌باشد.

مثال: یک چرخ ۳۰ دور چرخیده است و ۶۲/۱۳ متر روی زمین جلو رفته است. محیط چرخ را تا سه رقم اعشار به دست آورید.

تعداد دور $\times$ محیط چرخ = مسافت طی شده

$$62/13 = ? \times 30$$

$$\begin{array}{r} 62/13 \quad | \quad 30 \\ - 60 \\ \hline 0213 \\ - 210 \\ \hline 0030 \\ - 0030 \\ \hline 0000 \end{array}$$



اگر به جای محیط، شعاع یا قطر در سوال داده شده بود، باید ابتدا محیط را به دست آورد، بعد در رابطه بالا قرار داد.

مثال: شعاع چرخ دوچرخه‌ای ۰/۲۵ متر است. اگر این چرخ برای پیمودن مسافتی، ۱۸۰ دور بچرخد، چند متر را پیموده است؟ (عدد پی را ۳ در نظر بگیرید.)

$$\text{دور} \times \text{محیط} = \text{مسافت}$$

$$? = (0/25 \times 2 \times 3) \times 180 = 270 \text{ متر}$$

الف) اگر صورت و مخرج کسری یا هر دوی آن‌ها اعشاری باشد، به آن، کسر اعشاری می‌گویند.

ب) اگر صورت و مخرج کسری را در عددی غیر از صفر ضرب کنیم، حاصل (خارج قسمت) با کسر اولیه برابر است؛ از این نکته می‌توان برای ساده کردن کسرهای اعشاری استفاده کرد.

$$\frac{2/1}{0/07} = \frac{210}{7} = 30 \quad \frac{0/84}{2/1} = \frac{84}{210} = 0/4$$



ضرب ذهنی اعداد اعشاری

در ضرب عددهای ذهنی مانند $۰/۷ \times ۲$ ابتدا حاصل را به دست آورده سپس به اندازه تعداد مجموع ارقام اعشار عامل های ضرب، در پاسخ، اعشار می زنیم. **مثال:**

$$۱/۷۵ \times ۴ = ۷/۰۰$$

$$۴/۵ \times ۲ = ۹/۰$$

$$۰/۴ \times ۰/۲ = ۰/۰۸$$

$$۰/۷ \times ۰/۸ = ۰/۵۶$$

$$۲۰ \times ۰/۲ = ۴/۰$$

تقسیم ذهنی اعداد اعشاری

الف: در تقسیم های ذهنی اعداد اعشاری، تعداد ارقام اعشار عدد اول (مقسوم)، باید با مجموع ارقام اعشار عدد دوم (مقسوم علیه) و ارقام اعشار پاسخ (خارج قسمت)، برابر باشد.

در این تقسیم ها بدون در نظر گرفتن علامت اعشار، تقسیم را انجام داده و سپس با توجه به آنچه گفته شد، در صورت نیاز، علامت اعشار را در پاسخ می گذاریم.

مثال: در این مثال، مقسوم $(۳/۵)$ یک رقم اعشار دارد و می دانیم که باید مجموع تعداد ارقام اعشار مقسوم (۷) و پاسخ (۹) هم، یک رقم باشد. چون مقسوم علیه ما اعشار ندارد، یک رقم اعشار را در پاسخ می گذاریم.

$$\underline{۳/۵} \div ۷ = ۰/۵$$

۱ رقم اعشار ۱ رقم اعشار

به مثال های زیر توجه کنید:

$$\underline{۲/۷} \div ۰/۳ = ۹$$

۱ رقم اعشار ۱ رقم اعشار

$$\underline{۰/۵۶} \div ۸ = ۰/۰۷$$

۲ رقم اعشار ۲ رقم اعشار

$$\underline{۰/۰۲۸} \div ۰/۴ = ۰/۰۷$$

۳ رقم اعشار ۳ رقم اعشار

$$\underline{۰/۰۸} \div ۰/۲ = ۰/۴$$

۲ رقم اعشار ۲ رقم اعشار

$$\underline{۰/۰۳۶} \div ۹ = ۰/۰۰۴$$

۳ رقم اعشار ۳ رقم اعشار

ب: اگر در یک تقسیم، تعداد ارقام اعشار عدد اول (مقسوم)، از تعداد ارقام اعشار عدد دوم (مقسوم علیه)، کمتر باشد، برای برابر کردن تعداد ارقام اعشار، از صفرهای بی اثر استفاده می کنیم. **مثال:**

صفرهای بی اثر

$$۲ \div ۰/۰۴ \Rightarrow \underline{۲/۰۰} \div ۰/۰۰۴ = ۵۰$$

۲ رقم اعشار ۲ رقم اعشار

صفرهای بی اثر

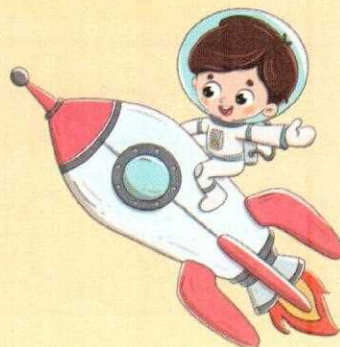
$$۴/۲ \div ۰/۰۰۷ \Rightarrow \underline{۴/۲۰۰} \div ۰/۰۰۷ = ۶۰۰$$

۳ رقم اعشار ۳ رقم اعشار

صفر بی اثر

$$۳ \div ۰/۵ \Rightarrow \underline{۳/۰} \div ۰/۵ = ۶$$

۱ رقم اعشار ۱ رقم اعشار





تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- ۱) اگر مقسوم و مقسوم‌علیه تقسیمی را در عددی ضرب کنیم، خارج قسمت بر همان عدد تقسیم می‌شود. ☐ درست ☒ نادرست
- ۲) اگر مقسوم و مقسوم‌علیه تقسیمی ۱۰ برابر شود در انتقال باقی‌مانده به تقسیم اصلی، باقی‌مانده تقسیم بر ۱۰ می‌شود. ☐ درست ☒ نادرست
- ۳) حاصل تقسیم $۷/۲ \div ۰/۹$ تا یک رقم اعشار برابر است با $۰/۸$. ☐ درست ☒ نادرست

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

- ۱) باقی‌مانده ی تقسیم $۷/۳ \div ۰/۹$ برابر باقی‌مانده ی تقسیم $۰/۷۳ \div ۰/۹$ است. $۰/۸$
- ۲) در تقسیم، اگر مقسوم و مقسوم‌علیه را در عددی غیر از صفر ضرب کنیم خارج قسمت تغییری نمی‌کند اما باقی‌مانده تقسیم در همان عدد ضرب می‌شود.
- ۳) در تقسیم عدد طبیعی بر عدد اعشاری، ابتدا باید مقسوم علیه را از حالت اعشاری خارج کنیم.
- ۴) حاصل تقسیم $۰/۶۳ \div ۰/۷$ برابر با $۰/۵۷$ است.

ج) گزینه‌ی درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

- ۱) تقسیم زیر تا سه رقم اعشار در خارج قسمت انجام شده، تعداد رقم‌های اعشار باقی‌مانده چند تا است؟
 الف) ۳ تا ☐ ب) ۲ تا ☐ ج) ۵ تا ☒ د) ۴ تا ☐
- ۲) یک بسته ی ۲۰۰ تایی کاغذ، $۲/۵$ سانتی‌متر ضخامت دارد. ضخامت یک برگ کاغذ چند سانتی‌متر است؟
 الف) $۰/۰۰۸$ ☐ ب) $۰/۰۱۲۵$ ☒ ج) $۰/۰۵$ ☐ د) $۰/۰۸$ ☐
- ۳) اگر عددی را بر $۰/۲$ تقسیم کنیم، مانند این است که آن عدد را در ضرب کرده‌ایم.
 الف) $\frac{1}{5}$ ☐ ب) $\frac{1}{4}$ ☐ ج) ۵ ☒ د) ۲۰ ☐
- ۴) اگر در تقسیمی باقی‌مانده ۷ برابر شود، یعنی کدام عوامل تقسیم ۷ برابر شده‌اند؟
 الف) مقسوم ☐ ب) مقسوم‌علیه ☐ ج) خارج قسمت ☐ د) گزینه الف و ب ☒
- ۵) خارج قسمت و باقی‌مانده ی تقسیم $۶/۰۷ \div ۰/۳$ به ترتیب تا دو رقم اعشار در کدام گزینه آمده است؟ (از راست به چپ)
 الف) $۲۰/۲۳$ و $۰/۰۱$ ☒ ب) $۲۲/۳$ و $۰/۱$ ☐ ج) $۲۰/۲۳$ و $۰/۰۰۱$ ☐ د) $۲۰/۲۳$ و $۰/۱$ ☐

د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

- ۱) حاصل تقسیم‌های زیر را مانند نمونه به دست آورید.

الف) $\frac{۸/۱ \times ۱۰}{۲/۷ \times ۱۰} = \frac{۸۱}{۲۷} = ۳$

ج) $\frac{۵/۴ \times ۱۰}{۰/۲۷ \times ۱۰} = \frac{۵۴۰}{۲۷} = ۲۰$

ب) $\frac{۰/۳۶ \times ۱۰۰}{۰/۶ \times ۱۰۰} = \frac{۳۶}{۶۰} = \frac{۶}{۱۰} = ۰/۶$

د) $\frac{۷/۲ \times ۱۰}{۲/۴ \times ۱۰} = \frac{۷۲}{۲۴} = ۳$

انتشارات گراد

۲) حاصل تقسیم‌های زیر را به دست آورده و رابطه‌ی درستی تقسیم را بنویسید.

The boy is standing between two notepapers, pointing towards the right one.

۳) حاصل هر یک از تقسیم‌های زیر را با توجه به موارد خواسته شده در خارج قسمت به دست آورده سپس باقی مانده‌ی تقسیم اصلی را مشخص کنید.

[illegible]

۴ حاصل هر یک از تقسیم‌های زیر را با روش تبدیل به کسر به دست آورید. (مانند نمونه)

$$\frac{0.96}{1/6} = \frac{96}{100} \div \frac{16}{10} = \frac{\cancel{96}^6}{\cancel{100}_{10}} \times \frac{\cancel{10}_1}{\cancel{16}_2} = \frac{6}{10} = 0.6$$

ب) $\frac{2/4}{\cancel{1/1}} = \frac{2/4}{\cancel{1/1}} \div \frac{1}{\cancel{1/1}} = 2/4 \div 1 = 1/2$

$$c) \frac{5/9}{5/14} = \frac{59}{10} \div \frac{14}{100} = \frac{59}{10} \times \frac{100}{14} = 421$$



۵ در تقسیم‌های زیر، کدام قسمت تقسیم اشتباه است؟ آن را مشخص کنید و شکل درست تقسیم‌ها را بنویسید.

درست:

$$\begin{array}{r} 265 \\ - 26 \\ \hline 09 \\ 4 \\ \hline 054 \\ 01 \end{array}$$

غلط:

$$\begin{array}{r} 265 \\ - 26 \\ \hline 09 \\ 4 \\ \hline 054 \\ 01 \end{array}$$



درست:

$$\begin{array}{r} 188 \\ - 18 \\ \hline 0108 \\ - 18 \\ \hline 28 \\ - 24 \\ \hline 04 \end{array}$$

غلط:

$$\begin{array}{r} 188 \\ - 18 \\ \hline 0108 \\ - 18 \\ \hline 28 \\ - 24 \\ \hline 04 \end{array}$$



۶) موارد زیر را پاسخ دهید.

الف) اگر در تقسیم $۰/۴۷$ بر $۰/۳$ خارج قسمت $۱/۵$ باشد، باقی مانده ی تقسیم را تعیین کنید.

$$۱۵ \times ۰/۳ = ۴/۵ \quad ۰/۴۷ - ۰/۴۵ = ۰/۰۲$$

ب) اگر در تقسیم $۷/۲۳$ بر $۱/۱$ ، خارج قسمت $۶/۵۷$ باشد، باقی مانده ی تقسیم را تعیین کنید.

$$۶۱۵۷ \times ۱/۱ = ۷۱۲۲۷ \quad ۷/۲۳ - ۷/۲۲۷ = ۰/۰۰۳$$

ه) مسئله های زیر را حل کنید.

۱) گنجایش مخزن یک کامیون حمل سوخت ۲۲۰۰ لیتر است. اگر در هر دقیقه $۱۷/۶$ لیتر گازوئیل وارد مخزن شود پس از چند دقیقه مخزن پر می شود؟ ۱۲۵ دقیقه

Handwritten calculation for problem 1:

$$\begin{array}{r} ۲۲۰۰ \\ - ۱۷۶ \\ \hline ۴۴۰ \\ ۳۵۲ \\ \hline ۸۸۰ \\ ۸۸۰ \\ \hline ۰ \end{array}$$

Result: ۱۲۵ (circled)

۲) در یکی از مناطق روستایی شهر سبزوار ۳۰۲۷۵ رأس گوسفند وجود دارد اگر برای واکسن زدن به هر رأس گوسفند $۰/۱۲$ سی سی مایع واکسن لازم باشد:

$$۳۰۲۷۵ \times ۰/۱۲ = ۳۶۳۳$$

الف) برای واکسینه شدن کل گوسفندان به چند سی سی از این مایع نیاز داریم؟

ب) اگر مایع واکسن در شیشه هایی به گنجایش ۵۱۹ سی سی ریخته شود، چند شیشه واکسن برای گوسفندان این منطقه لازم است؟

قدرت شیشه واکسن

$$۳۶۳۳ \div ۵۱۹ = ۷$$

$$\begin{array}{r} ۵/۱۲ \\ - ۴/۱۴۵۵ \\ \hline ۱۴۵۵ \end{array}$$

۳) محیط یک مربع $۵/۸۲$ متر است. طول یک ضلع آن را به دست آورید. (تا سه رقم اعشار)

طول یک ضلع

$$\begin{array}{r} ۵/۱۲ \\ - ۴/۱۴۵۵ \\ \hline ۱۴۵۵ \\ ۲۲ \\ ۲۰۰ \\ \hline ۰/۲۰ \end{array}$$

۴) در یک کارخانه ی کاغذسازی، پس از تولید کاغذ، آن را داخل بسته هایی به جرم $۷۲/۸$ گرم قرار می دهند. اگر جرم کل تولید این کارخانه

در یک روز $۱۰/۱۹۲$ کیلوگرم باشد، روزانه تقریباً چند بسته از این کاغذها تولید می شود؟ ۱۴۰ بسته

$$۱۰/۱۹۲ \times ۱۰۰۰ = ۱۰۱۹۲ \text{ گرم}$$

$$\begin{array}{r} ۱۰۱۹۲ \\ - ۷۲۸ \\ \hline ۲۹۱۲ \\ ۲۹۱۲ \\ \hline ۰ \end{array}$$

Result: ۱۴۰ (circled)

۵ ضخامت یک دفتر ۲۰۰ برگی ۶۰ میلی متر است. ضخامت یک برگ از این دفتر چند میلی متر است؟ (پاسخ را تا دو رقم اعشار محاسبه کنید).

$$\frac{200}{60} = 3.33$$

۰/۴
۰/۵
۰/۶
۰/۷

۶ در جای خالی اعداد متفاوت بنویسید به طوری که رابطه، درست باشد.

الف) $\frac{2}{7} \div \frac{8}{9} > 3$

ب) $\frac{0}{8} \div \frac{7}{9} > 1$

اعداد کوچکتر از ۹ را می توان قرار داد چون ۰

عدد عودی بود
 $3 \times 79 = 217$
 $3 \times 78 = 214$
 $3 \times 77 = 211$

این اعداد کوچکتر از ۸ را به
 قرار داد.
 $\frac{8}{8} \div \frac{8}{8} = 1$
 $\frac{8}{8} \div \frac{7}{9} = 1.14$
 $\frac{8}{8} \div \frac{6}{9} = 1.33$

۷ محیط چرخ ۲/۷ متر می باشد. اگر این چرخ مسافت ۴۳/۲ متر را طی کرده باشد، چند دور چرخیده است؟ ۱۶ دور چرخیده



$43.2 \div 2.7 = 16$

فصل ۴

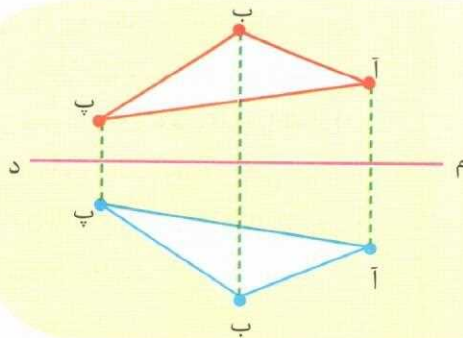
تقارن و مختصات



درس نامه

مرکز تقارن و تقارن مرکزی

مرکز تقارن: در سالهای گذشته با تقارن محوری (با کمک خط تقارن) آشنا شدید، و می دانید که برای رسم قرینه ی یک شکل نسبت به یک خط (محور تقارن) کافی است از نقاط مهم شکل (گوشه های شکل) خطی عمود بر محور تقارن رسم کنیم و به اندازه ی خودش ادامه دهیم تا قرینه ی نقاط به دست آید. با وصل کردن این نقاط جدید قرینه ی شکل به دست می آید. به شکل زیر دقت کنید:



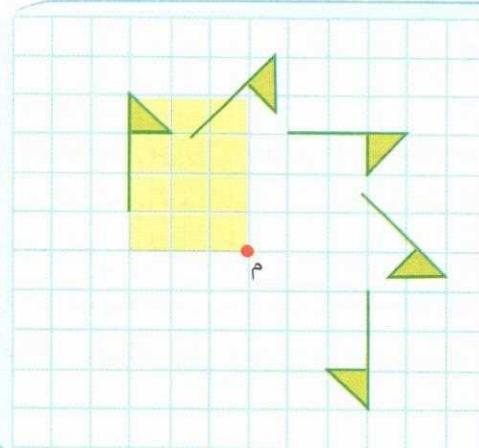
برای به دست آوردن قرینه ی نقطه ای مانند نقطه ی (م) نسبت به نقطه ی (آ)، با خط کش این دو نقطه را به هم وصل می کنیم و از طرف دیگر نقطه ی (آ) به همان اندازه ادامه می دهیم تا به نقطه ی جدید که همان قرینه ی (م) است، برسیم.



راههایی برای به دست آوردن قرینه ی یک شکل نسبت به یک نقطه وجود دارد، که به شرح این راهها می پردازیم؛

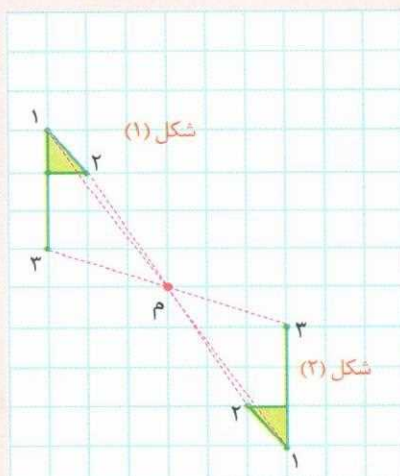
۱- روش استفاده از کاغذ شفاف:

کاغذ شفاف یا همان طلق را روی شکل مورد نظر قرار می دهیم و شکل را روی طلق رسم می کنیم. سپس نوک مداد را روی نقطه ای که می خواهیم گذاشته و کاغذ شفاف (طلق) را به اندازه ی نیم دور (180°) حول آن نقطه می چرخانیم و سپس شکل را روی صفحه رسم می کنیم.



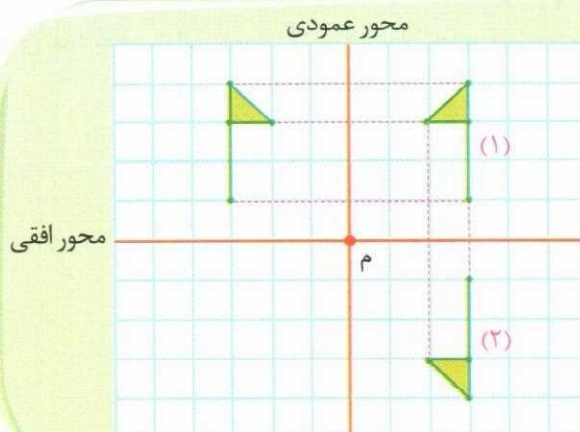
۲- جابه جایی نقاط:

در این روش رأس‌های شکل را نامگذاری کرده، بعد با خط کش از رأس تا نقطه‌ی مورد نظر (م) خط چین کشیده و بدون تکان دادن خط کش، به همان اندازه خط چین را امتداد می‌دهیم. نقطه‌ی بعد را مشخص کرده و در آخر، نقاط حاصل را به هم وصل می‌کنیم. شکل جدید (شکل ۲) قرینه‌ی شکل اولیه می‌باشد.



۳- استفاده از محور تقارن:

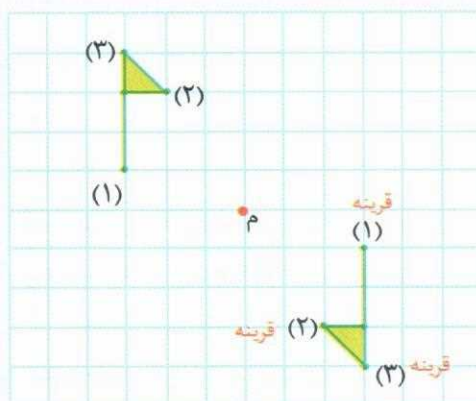
ابتدا روی نقطه‌ی مورد نظر (م) یک خط (محور) افقی و یک خط (محور) عمودی رسم می‌کنیم. قرینه شکل را ابتدا نسبت به محور عمودی رسم می‌کنیم، قرینه به دست آمده را شکل (۱) می‌نامیم. بعد قرینه شکل (۱) را نسبت به محور افقی رسم کرده و شکل جدید را شکل (۲) نامگذاری می‌کنیم. شکل (۲) قرینه شکل اصلی نسبت به نقطه‌ی (م) است.



۴- انتقال نقطه‌ها روی صفحه‌ی شطرنجی:

در این روش، برای به دست آوردن قرینه‌ی شکل، رأس‌های شکل اصلی (شکل ۱) را تا رسیدن به نقطه، ابتدا به صورت افقی و سپس به صورت عمودی می‌شماریم، سپس از آن نقطه به همان اندازه و در همان جهت قبلی (افقی و سپس عمودی) حرکت می‌کنیم. (شمارش تعداد خانه‌های صفحه‌ی شطرنجی).

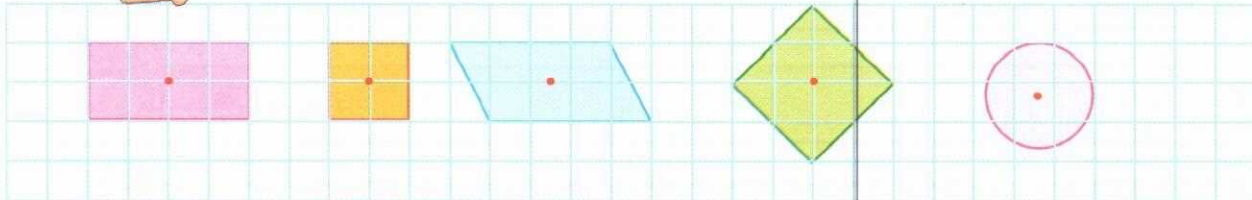
در شکل روبه رو برای اینکه از رأس (۱) به نقطه‌ی (م) برسیم ۳ واحد به سمت راست (افقی) و یک واحد به سمت پایین (عمودی) حرکت می‌کنیم. حالا از نقطه (م) ۳ واحد افقی به راست و یک واحد عمودی به پایین حرکت می‌کنیم تا به قرینه‌ی نقطه‌ی (۱) برسیم. بقیه نقاط را هم به همین صورت پیدا می‌کنیم. و در آخر مانند شکل اصلی نقاط را به هم وصل می‌کنیم.





مرکز تقارن

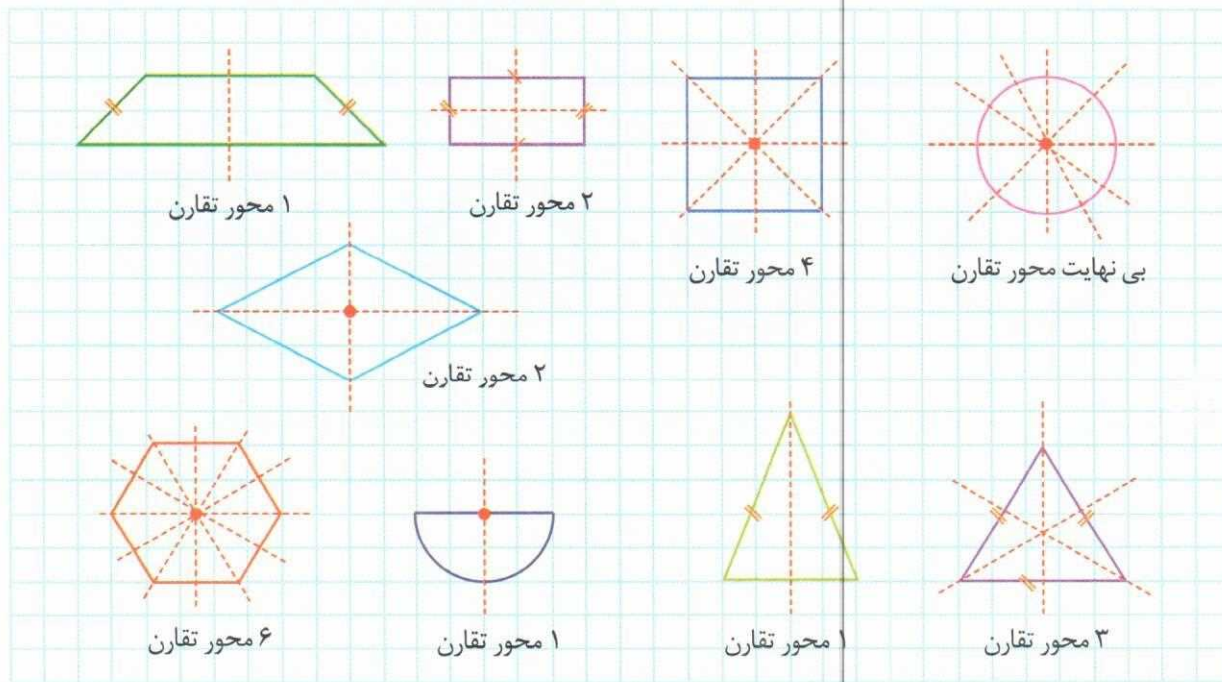
وقتی شکلی را حول نقطه ای مشخص شده، نیم دور (180°) بچرخانیم و شکل روی خودش منطبق شود، آن نقطه‌ی مشخص شده، مرکز تقارن نام دارد. در این حالت چون شکل دقیقاً روی خودش منطبق شده، میگوییم شکل تقارن مرکزی دارد. شکل‌های زیر همگی تقارن مرکزی دارند و نقطه‌ی داخل هر شکل، مرکز تقارن آن است.



در متوازی الاضلاع، لوزی، مربع و مستطیل محل برخورد قطرهای، همان مرکز تقارن است.

محور تقارن

هرگاه بتوانیم شکلی را از روی محور افقی، عمودی یا حتی از روی قطرهای تا بزنیم و همه قسمت‌های شکل روی هم منطبق شود، آن شکل تقارن محوری (محور تقارن) دارد. شکل‌های زیر همگی تقارن محوری دارند و خطوط رسم شده بر روی هر یک، محور تقارن آنهاست.

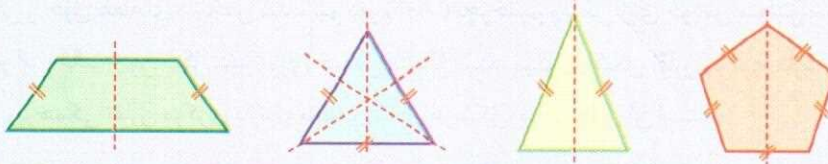


بعضی شکل‌ها مانند متوازی الاضلاع و برخی اشکال دیگر، مرکز تقارن دارند ولی محور تقارن ندارند.



۲-۴-۳

بعضی از شکل‌ها محور تقارن دارند ولی مرکز تقارن ندارند.



۲-۴-۳

دایره بی‌نهایت محور تقارن دارد.



۲-۴-۳

اغلب اشکال (سه ضلعی، پنج ضلعی، ۷ ضلعی و ...) که تعداد اضلاع آن‌ها فرد است محور تقارن دارند ولی مرکز تقارن ندارند.



۲-۴-۳

مثلاً مختلف الاضلاع و دوزنقه قائم الزاویه، دوزنقه مختلف الاضلاع و اشکالی که اضلاع آن‌ها نامساوی است. محور تقارن و مرکز تقارن ندارند.

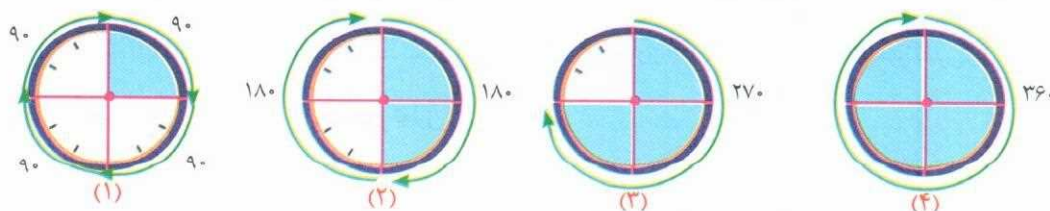


تقسیم بندی ساعت بر اساس درجه

اگر یک ساعت را مانند شکل (۱) به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنیم، هر قسمت ۹۰ درجه می‌باشد. از مجموع دو قسمت ۹۰ درجه‌ای، یک نیم دایره به دست می‌آید که هر نیم دایره ۱۸۰ درجه می‌باشد. (شکل ۲)

شکل شماره (۳)، $\frac{3}{4}$ ساعت را نشان می‌دهد که مجموع ۳ قسمت ۹۰ درجه‌ای می‌باشد، یعنی ۲۷۰ درجه.

شکل شماره (۴) یک دایره کامل که ۳۶۰ درجه است را نشان می‌دهد که از مجموع ۴ قسمت ۹۰ درجه‌ای ساخته شده است.



اگر بخواهیم شکلی را در جهت عقربه‌های ساعت، ۹۰ درجه نسبت به نقطه‌ی تقارنی که پایین آن قرار گرفته (مانند شکل زیر) بچرخانیم، شکل قرینه در سمت راست ایجاد می‌شود ولی اگر در خلاف جهت بچرخانیم، قرینه در سمت چپ قرار می‌گیرد.

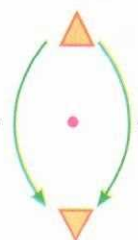
مثال:



حال اگر شکل را ۱۸۰ درجه در جهت عقربه‌های ساعت یا در خلاف جهت عقربه‌های ساعت بچرخانیم نتیجه یکسان است و شکل قرینه، در هر دو حالت، در یک جا قرار می‌گیرد.

مانند: شکل حاصل همان قرینه شکل، نسبت به نقطه‌ی مرکز می‌باشد.

۱۸۰ درجه در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت



۱۸۰ درجه در جهت حرکت عقربه‌های ساعت



تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- | | |
|--|--|
| ☒ نادرست | ☐ درست |
| ☒ نادرست | ☐ درست |
| ☒ نادرست | ☐ درست |
| ☐ نادرست | ☒ درست |

- ۱ همه‌ی دوزنقه‌ها محور تقارن دارند.
- ۲ متوازی الاضلاع تقارن مرکزی ندارد.
- ۳ مثلث متساوی الاضلاع تقارن مرکزی دارد.
- ۴ در لوزی، قطرهای محور تقارن هستند.

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

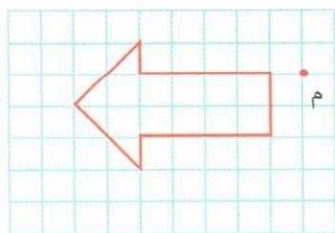
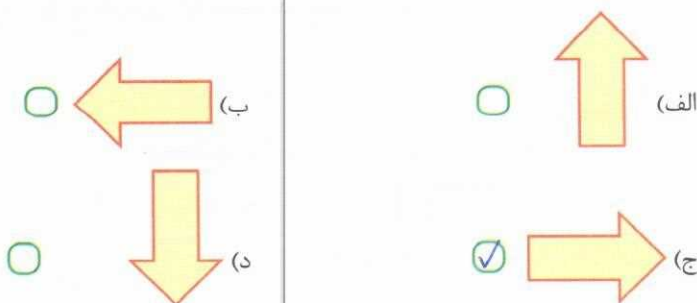
- ۱ مربع، تقارن مرکزی دارد و محور تقارن تا محور تقارن دارد.
- ۲ مثلثی که فقط یک محور تقارن دارد مثلث متساوی الساقین نام دارد.
- ۳ وقتی شکلی به اندازه‌ی ۱۸۰ درجه با نقطه‌ای بچرخد و روی خودش منطبق شود می‌گوییم آن شکل متقارن دارد.
- ۴ شکل متوازی الاضلاع محور تقارن ندارد، ولی مرکز تقارن دارد.

ج) گزینه‌ی درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

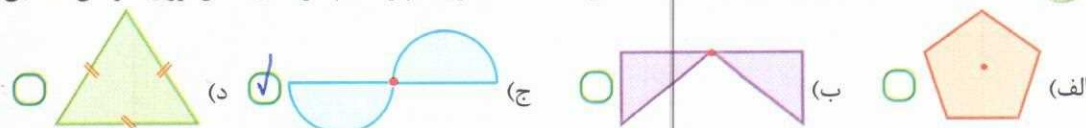
- ۱ کدام یک از شکل‌های زیر مرکز تقارن ندارند؟



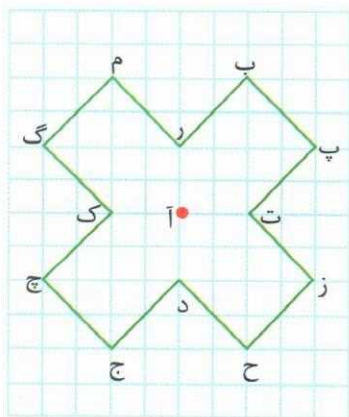
- ۲ قرینه شکل روبه رو نسبت به نقطه‌ی (م) کدام است؟



- ۳ در کدام گزینه، اگر شکل را حول نقطه‌ای مشخص شده، ۱۸۰ درجه بچرخانیم، قرینه‌ی شکل، روی خودش منطبق می‌شود؟

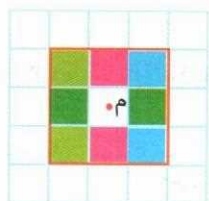


۴ در شکل روبه رو قرینه نقطه‌ی (م) نسبت به نقطه‌ی (آ) کدام است؟

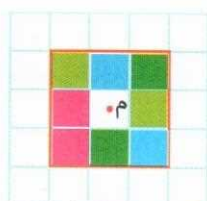


- الف) نقطه‌ی (پ) ☐
 ب) نقطه‌ی (ح) ☒
 ج) نقطه‌ی (ک) ☐
 د) نقطه‌ی (د) ☐

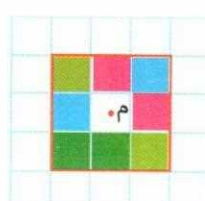
۵ در کدام شکل، نقطه‌ی مشخص شده مرکز تقارن است؟



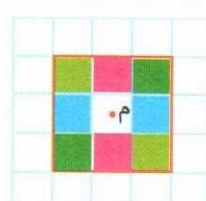
(د) ☐



(ج) ☐



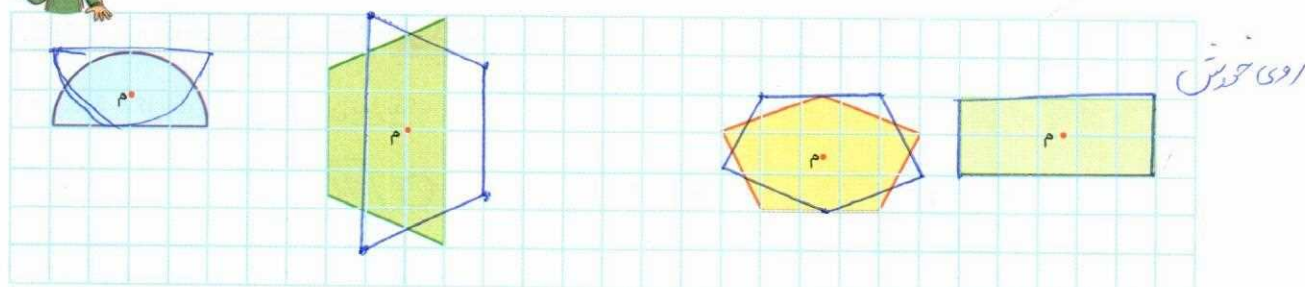
(ب) ☐



الف) ☒

(د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

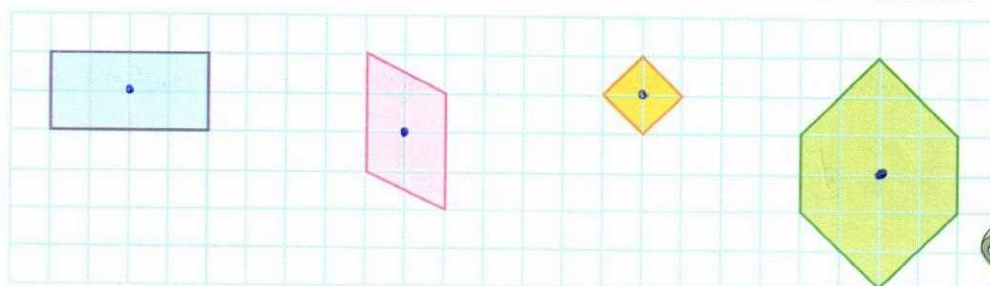
۱ قرینه‌ی هر یک از شکل‌های زیر را نسبت به نقطه‌ی (م) رسم کنید.



۲ قرینه هر یک از شکل‌های زیر را به کمک طلق (کاغذ شفاف) نسبت به نقطه‌ی داده شده پیدا کنید.



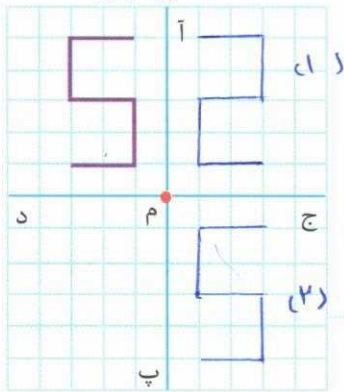
۳ مرکز تقارن هر یک از شکل‌های زیر را پیدا کنید.





محور عمودی

محور افقی



۴ با توجه به شکل روبه رو، موارد خواسته شده را انجام دهید.

(الف) قرینه‌ی شکل را نسبت به خط عمودی (آ ب) رسم کنید و آن را شکل (۱) بنامید.

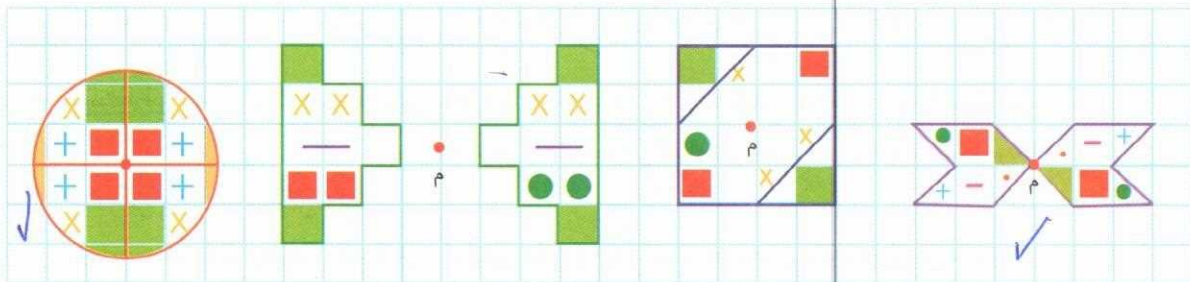
(ب) قرینه شکل (۱) را نسبت به محور افقی (ج د) رسم کنید و آن را شکل (۲) بنامید.

(ج) قرینه شکل اصلی را نسبت به نقطه‌ی (م) را با رنگ قرمز رسم کنید.

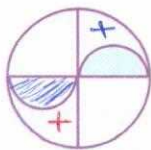
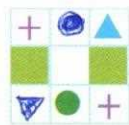
(د) از پاسخ این سوالات چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

نتیجه می‌گیریم شکل (۲) همان قرینه‌ی شکل اصلی نسبت به نقطه (م) است.

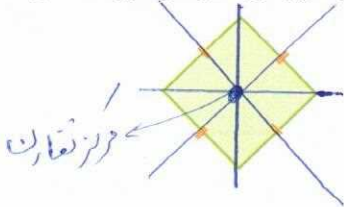
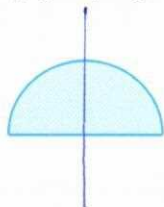
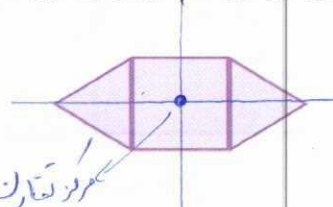
۵ کدام یک از موارد زیر، شکل و قرینه آن نسبت به نقطه‌ی مشخص شده (م) را نشان می‌دهد؟



۶ هر یک از شکل‌های زیر را طوری رنگ کنید که شکل، تقارن مرکزی باشد.



۷ مرکز تقارن هر یک از شکل‌های زیر را (در صورت داشتن مرکز تقارن) مشخص کنید. سپس محور تقارن هر یک را (در صورت داشتن محور تقارن) رسم کنید.



۸ به سوالات زیر پاسخ دهید.

(الف) شکلی رسم کنید که تعداد محورهای تقارن آن بی‌شمار باشد و مرکز تقارن هم داشته باشد.



(ب) شکلی رسم کنید که دو محور تقارن عمود بر هم داشته باشد.



(ج) شکلی رسم کنید که سه خط تقارن دارد اما مرکز تقارن ندارد.



(د) شکلی رسم کنید که مرکز تقارن و خط تقارن نداشته باشد.



۹ جدول زیر را مانند نمونه، کامل کنید.

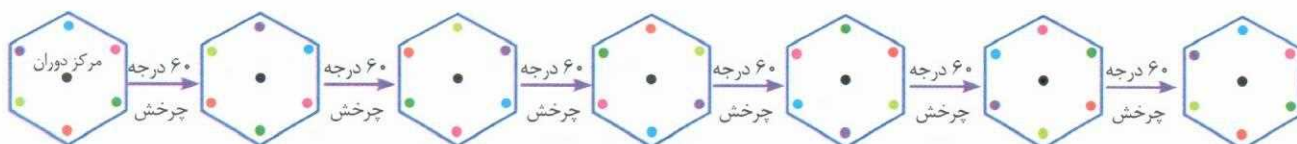
شکل	دارد	دارد	دارد	دارد	دارد	دارد	دارد	دارد
محور تقارن	دارد	دارد	دارد	دارد	دارد	دارد	دارد	دارد
تعداد محور تقارن	۴	۱	۲	۲	۲	۲	۲	۲
مرکز تقارن	دارد	ندارد	دارد	دارد	دارد	دارد	دارد	دارد

دوران



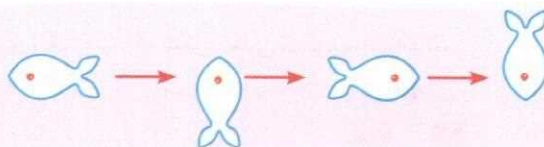
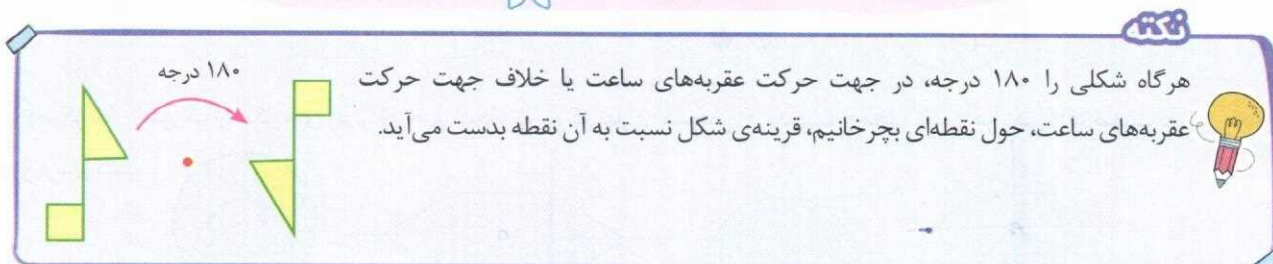
در سال گذشته با مفهوم چرخش، آشنا شدید. چرخش، همان دورانِ شکل است. در هر چرخش یا دوران، مرکز دوران، زاویه و جهت چرخش اهمیت زیادی دارد. گاهی یک شکل را با توجه به مقدار درجه و جهتی که به ما می‌دهند، چرخش یا (دوران) می‌دهیم. به شکل‌های زیر دقت کنید، هر کدام از این شکل‌ها را نسبت به نقطه‌ی مشخص شده (مرکز دوران) در چند مرحله دوران داده‌ایم:

الف) چرخش در جهت عقربه‌های ساعت:



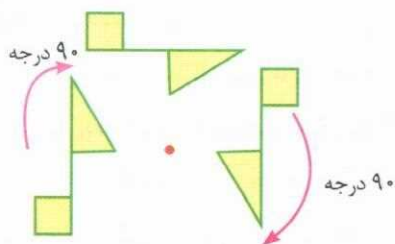
همانطور که می‌بینید این شکل پس از ۶ بار چرخش ۶۰ درجه، یا یک چرخش ۳۶۰ درجه، به موقعیت اولیه خود بازگشته است. معمولاً مرکز دوران را مشخص می‌کنند و از ما می‌خواهند شکل را نسبت به آن نقطه (در جهت عقربه‌های ساعت یا در خلاف عقربه‌های ساعت) دوران دهیم. که در این صورت، کار آسان‌تر است.

مثال: شکل زیر را نسبت به نقطه‌ی قرمز رنگ، ۳ بار به اندازه‌ی ۹۰ درجه، در جهت عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم.



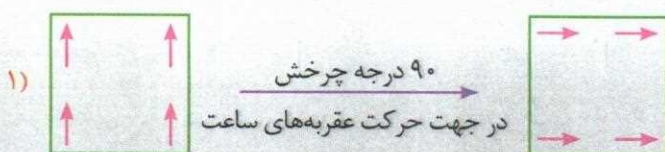
هرگاه شکلی را ۱۸۰ درجه، در جهت حرکت عقربه‌های ساعت یا خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت، حول نقطه‌ای بچرخانیم، قرینه‌ی شکل نسبت به آن نقطه بدست می‌آید.

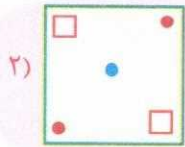
به جای یک بار چرخاندن ۱۸۰ درجه، می‌توان از دو چرخش متوالی ۹۰ درجه استفاده کرد.



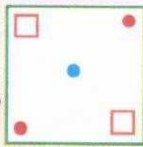
تقارن چرخشی:

وقتی شکلی را حول یک نقطه به اندازه‌ی ۱۸۰ درجه یا کمتر بچرخانیم و شکل روی خودش منطبق شود، می‌گوییم شکل، تقارن چرخشی دارد. به شکل‌ها دقت کنید:

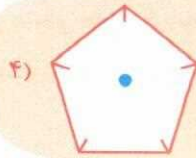




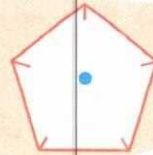
۱۸۰ درجه چرخش
در جهت حرکت عقربه‌های ساعت



۶۰ درجه چرخش
در جهت حرکت عقربه‌های ساعت

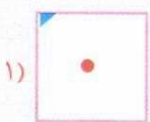
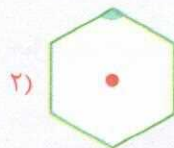


۷۲ درجه چرخش
در جهت حرکت عقربه‌های ساعت



به این شکل‌ها توجه کنید:

اگر اینگونه شکل‌ها را از ۱ تا ۱۸۰ درجه حول نقطه‌ی مرکز بچرخانیم، هیچ وقت روی خودش منطبق نمی‌شود. پس تقارن (دوران) چرخشی ندارد.



تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

۱) وقتی شکلی را حول نقطه‌ای به اندازه‌ی ۱۸۰ درجه یا کمتر در جهت حرکت عقربه‌های ساعت، دوران دهیم و شکل روی خودش منطبق شود، می‌گوییم آن شکل تقارن چرخشی دارد.

درست ☒ نادرست ☐

۲) شکل بعد از دوران ۹۰ درجه روی خودش منطبق می‌شود.

درست ☐ نادرست ☒

۳) شکل بعد از ۱۸۰ درجه چرخش، روی خودش منطبق می‌شود.

درست ☐ نادرست ☒

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

۱) به نقطه‌ای که شکل را حول آن دوران می‌دهند، نقطه مرکز می‌گویند.

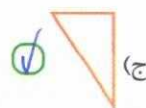
۲) وقتی شکلی را حول نقطه‌ای در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت، ۱۸۰ درجه بچرخانیم، تقارن آن شکل نسبت به آن نقطه به دست می‌آید.

۳) در دوران یک شکل حول یک نقطه، بعد از ۳۶۰ درجه حتماً شکل به حالت اولیه خود برمی‌گردد.

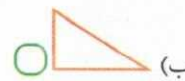
۴) شکل تقارن چرخشی با زاویه ۱۸۰ درجه در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دارد.

ج) گزینه‌ی درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

۱) کدام گزینه دوران یافته‌ی شکل مقابل می‌باشد؟



(ج)



(ب)

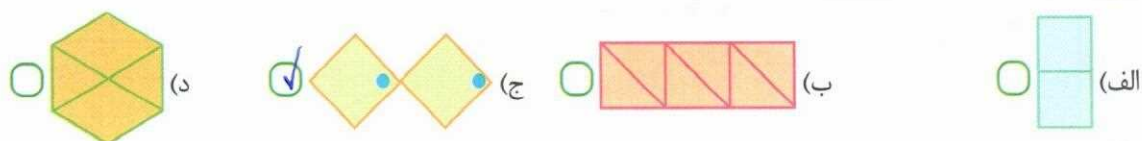


(الف)

(د) همه‌ی گزینه‌ها صحیح است. ☐

☒

۲ کدام شکل مرکز تقارن ندارد؟



۳ شکل (الف) با دو چرخش متوالی حول یک نقطه، با زاویه‌های 50° و 130° درجه، به شکل (ب) تبدیل شده است. با کدام یک از چرخش‌های زیر شکل (الف) به (ب) تبدیل نمی‌شود.

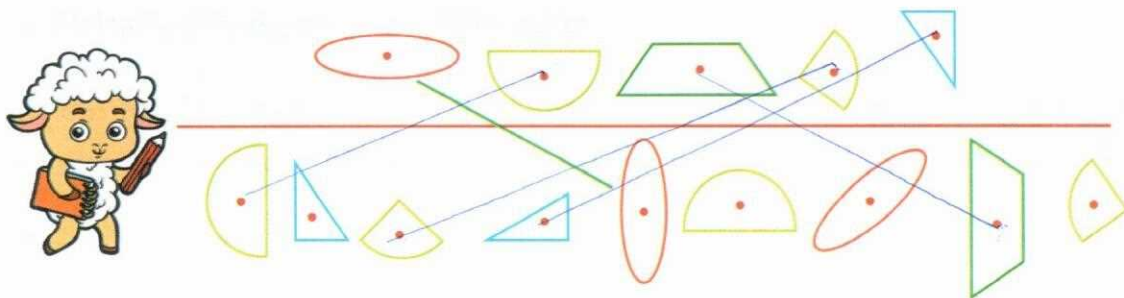


۴ شکل مقابل را 90° درجه حول مرکز دایره در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخانیم. کدام یک از شکل‌های زیر نتیجه‌ی این چرخش است؟

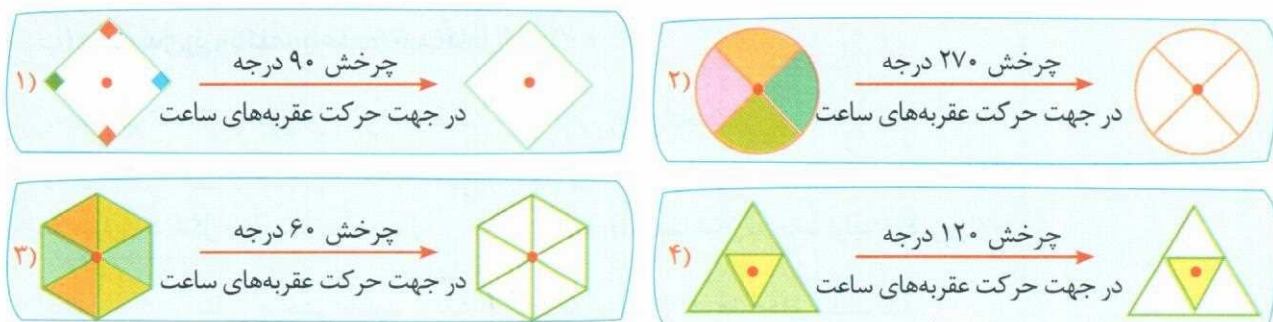


(د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نهشتن راه حل)

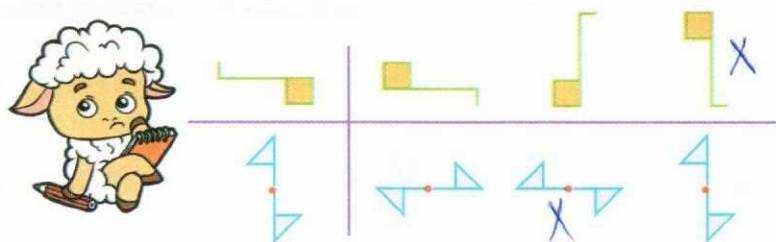
۱ مانند نمونه، دوران یافته‌ی هر شکل را از ردیف پایین مشخص کنید. (دوران 90° درجه در جهت عقربه‌های ساعت)



۲ شکل‌های زیر را با توجه به دوران انجام شده حول نقطه‌ی مشخص، رنگ کنید.



۳ در هر قسمت مشخص کنید کدام شکل، دوران یافته‌ی شکل سمت چپ نیست.





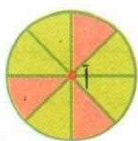
۴ هر یک از شکل‌های زیر را چند درجه حول نقطه‌ی (آ) بچرخانیم تا شکل، روی خودش قرار گیرد؟

الف



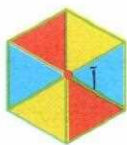
۱۸۰°، ۳۶۰°

ب



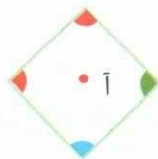
۳۶۰°

ج



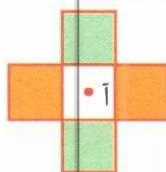
۱۸۰°، ۳۶۰°

د



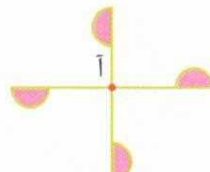
۳۶۰°

هـ



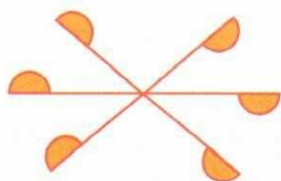
۱۸۰°، ۳۶۰°

و

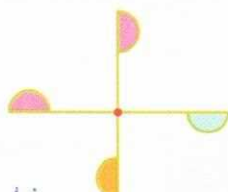


۹۰°، ۱۸۰°، ۲۷۰°، ۳۶۰°

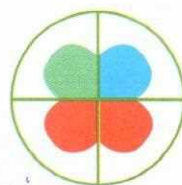
۵ کدام یک از شکل‌های زیر تقارن چرخشی ندارند.



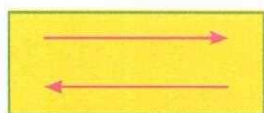
(۱) دارد



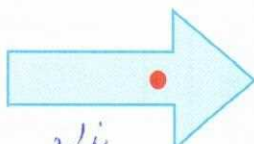
(۲) ندارد



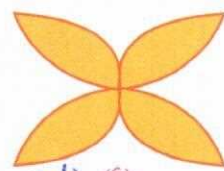
(۳) ندارد



(۴) دارد

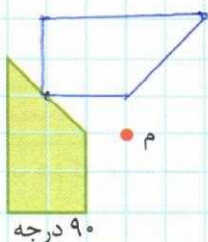


(۵) ندارد

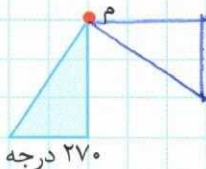


(۶) دارد

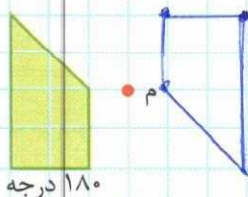
۶ هر یک از شکل‌های زیر را حول نقطه‌ی (م)، در جهت حرکت عقربه‌های ساعت و به اندازه‌ی مشخص شده، دوران دهید.



۹۰° درجه



۲۷۰° درجه



۱۸۰° درجه



۷ برای هر قسمت شکلی رسم کنید که تقارن چرخشی مورد نظر را داشته باشد. (در جهت حرکت عقربه‌های ساعت)

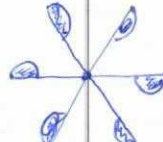
۹۰° درجه (الف)



۱۸۰° درجه (ب)



۶۰° درجه (ج)



۱۲۰° درجه (د)



محورهای مختصات

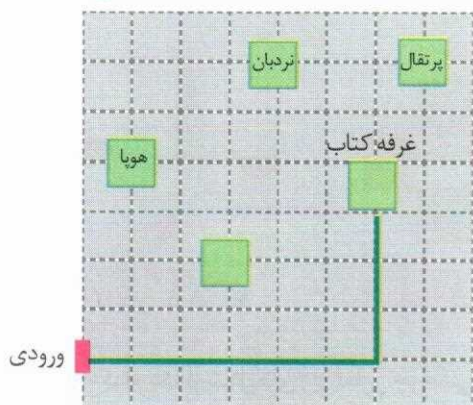
هر کدام از ما در زندگی روزمره برای سهولت در کارها از نقشه استفاده می‌کنیم.

به مثال زیر توجه کنید:

محدثه قرار است برای اولین بار همراه پدرش برای خرید کتاب کمک آموزشی به غرفه انتشارات کتاب به نمایشگاه کتاب تهران برود و برای رفتن به محل مورد نظر از نقشه استفاده کرد.

با توجه به نقشه محدثه و پدرش، برای رفتن به غرفه کتاب، باید ۶ سانتی‌متر به سمت شرق و ۳ سانتی‌متر به سمت شمال بروند.

۱۰۰ متر = ۱ سانتی‌متر روی نقشه



به مثال دیگر توجه کنید:

عرفان برای جشن تولد به منزل دوستش مهدی دعوت شده است و آدرس منزل مهدی خیابان رازی - کوچه چهارم می‌باشد.

با توجه به نقشه، برای رفتن به منزل مهدی باید به خیابان سوم و کوچه چهارم بروند.

بعد از پایان جشن، آن‌ها تصمیم گرفتند به پارک نزدیک منزل مهدی بروند. طبق نقشه آن‌ها باید به خیابان سعدی و کوچه اول اول بروند. مسیر حرکت را مشخص کنید.



محورهای مختصات

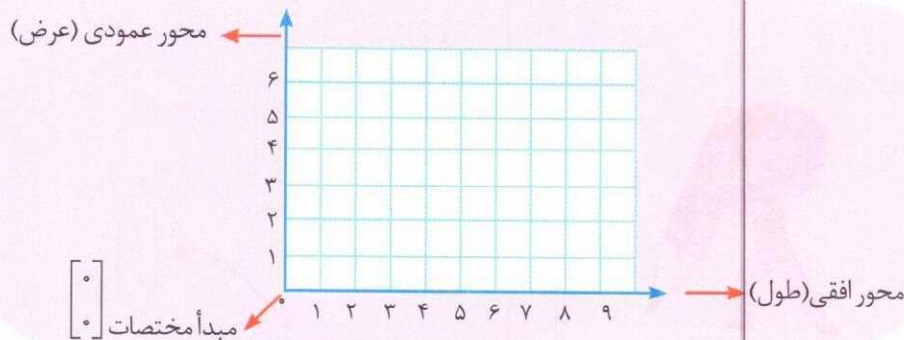
به دو محور عمود بر هم که روی صفحه رسم شود، محور مختصات یا صفحه مختصات گفته می‌شود.

محور افقی نشان دهنده طول نقاطی است که روی این صفحه قرار دارند.

و محور عمودی که نشان دهنده عرض نقاطی است که در صفحه قرار دارند.

محور طول‌ها و محور عرض‌ها بر هم عمود هستند و زاویه ۹۰ درجه می‌سازند.

محل برخورد دو محور افقی و عمودی، مبدأ مختصات است و طول و عرض برابر با صفر دارد.



محورهای افقی و عمودی شامل اعدادی می شوند که تا بی نهایت ادامه دارند و با توجه به اعدادی که نیاز داشته باشیم می توانیم آن ها را ادامه دهیم. صفحه ی مختصات در پایه ی ششم، یک چهارم صفحه ی مختصات اصلی را شامل می شود و با قسمت های دیگر آن در سال های بعد آشنا می شوید.

مختصات نقطه

به محل قرار گرفتن نقطه در صفحه، مختصات نقطه می گویند.

برای نشان دادن آدرس یا مختصات یک نقطه روی محور مختصات، باید ببینیم روی محور طول و عرض، چند واحد حرکت کرده است.

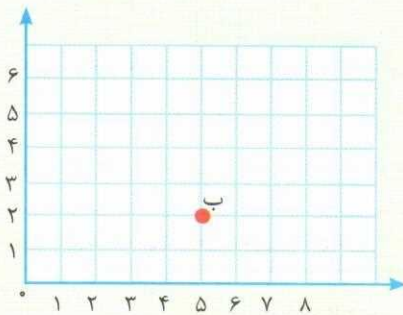
برای نشان دادن مختصات یک نقطه به دو صورت عمل می کنیم:

۱- از علامت $\begin{bmatrix} \text{ } \\ \text{ } \end{bmatrix}$ استفاده می کنیم. (امسال بیشتر از این علامت برای نمایش یک نقطه استفاده می شود).

در این مثال، عدد بالایی، طول نقطه و عدد پایینی، عرض نقطه می باشد.

۲- یا از علامت () استفاده می کنیم.

عدد سمت چپ، طول نقطه و عدد سمت راست، عرض نقطه را مشخص می کند.



مثال: برای نشان دادن مختصات نقطه ی (ب)

از مبدأ مختصات به سمت راست (روی محور طول ها) ۵ واحد و به سمت بالا

(روی محور عرض ها)، ۲ واحد پیش رفته است.

بنابراین مختصات نقطه ی ب به صورت زیر است:

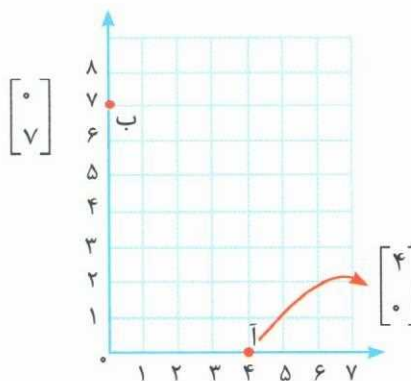
$$\begin{matrix} \text{طول} \rightarrow 5 \\ \text{عرض} \rightarrow 2 \end{matrix} \quad \text{ب} : \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \text{یا} \quad (5 \text{ و } 2) : \text{ب}$$

مثال ۲: اگر بخواهیم مختصات دو نقطه ی (آ) و (ب) را روی محور مختصات نشان دهیم، باید بگوییم:

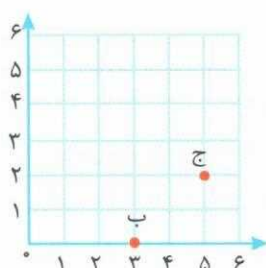
مختصات نقطه ی (آ) روی محور طول ۴ واحد پیش رفته است اما روی محور عرض ها اصلاً بالا نرفته است، پس مختصات این نقطه به این

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{صورت است:}$$

نقطه ی ب، روی محور طول ها پیش نرفته ولی ۷ واحد روی محور عرض ها بالا رفته است و مختصات آن به صورت $\begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix}$ می باشد.

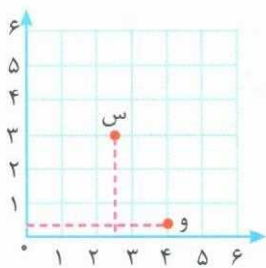


پیدا کردن مختصات نقاط داده شده روی محور مختصات



اگر بخواهیم نقاط ج: $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ و ب: $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ را روی محور مختصات نشان دهیم، ابتدا برای مشخص کردن نقطه‌ی (ج) روی محور طول‌ها ۵ واحد پیش می‌رویم سپس روی محور عرض‌ها ۲ واحد بالا می‌رویم و محل تلاقی دو نقطه را علامت می‌زنیم که نقطه‌ی (ج) است.

برای نشان دادن نقطه‌ی (ب)، ۳ واحد روی محور طول‌ها پیش می‌رویم و روی محور عرض‌ها، چون عدد صفر است پیشروی نداریم، پس نقطه‌ی (ب) فقط روی محور طول‌ها قرار می‌گیرد.



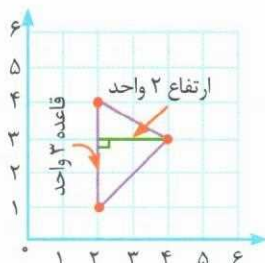
برای مشخص کردن نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ س: و نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ و: روی محور مختصات به این صورت عمل می‌کنیم.

برای مشخص کردن نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ س:، روی محور طول‌ها، واحد سوم را به دو قسمت کرده و نصف آن را در نظر می‌گیریم و سپس روی محور عرض‌ها ۳ واحد بالا می‌رویم و نقطه را مشخص می‌کنیم.

برای مشخص کردن نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ و: روی صفحه‌ی مختصات، ابتدا روی محور طول‌ها (افقی)، ۴ واحد پیش می‌رویم و روی محور عرض‌ها، واحد اول را به سه قسمت کرده و یک قسمت از آن را در نظر می‌گیریم و نقطه‌ی (و) را مشخص می‌کنیم.

رسم شکل هندسی در صفحه‌ی مختصات

نقاط $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ رأس‌های یک مثلث هستند، نقاط را روی محور مختصات مشخص می‌کنیم و سپس آن‌ها را به همدیگر وصل کرده،



شکل حاصل، مثلث به دست می‌آید.

اگر بخواهیم مساحت این مثلث را محاسبه کنیم به دو روش می‌توانیم آن را به دست آوریم؛

۱- در روش اول با شمارش تعداد مربع‌های داخل شکل، مساحت مثلث بدست می‌آید. (۳ مربع)

۲- اما در روش دوم، مساحت مثلث را به صورت محاسباتی بدست می‌آوریم.

$$\text{مساحت مثلث} = (\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}) \div 2$$

$$\text{مساحت مثلث} = (2 \times 3) \div 2 = 3$$

در این روش هم مساحت مثلث ۳ به دست می‌آید که با تعداد مربع‌های روش اول مساوی است.



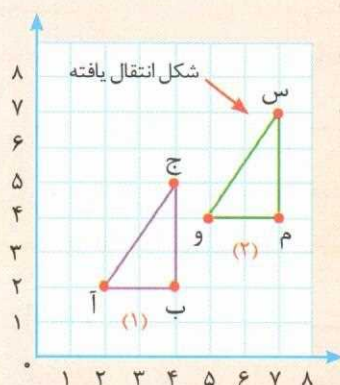
۴۴

زمانی که شکل‌های بزرگ را روی صفحه‌ی مختصات بتوان به شکل‌هایی کوچک‌تر تبدیل کرد، می‌توان مساحت را از طریق تبدیل کردن به شکل‌های کوچک‌تر هم به دست آورد.



انتقال شکل‌های هندسی

در مباحث قبل آموختیم که چگونه روی صفحه‌ی مختصات، یک شکل هندسی بکشیم و حالا می‌خواهیم یاد بگیریم که چگونه یک شکل هندسی را به جای دیگری از صفحه‌ی مختصات منتقل کنیم.



اگر بخواهیم شکل شماره (۱) را روی صفحه‌ی مختصات، ۳ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت بالا انتقال دهیم، به این صورت عمل می‌کنیم: به طول هر نقطه شکل (۱) ۳ واحد و به عرض هر نقطه شکل (۱) ۲ واحد اضافه می‌کنیم. نقاط جدید را پیدا کرده، به هم وصل می‌کنیم و شکل شماره (۲) به دست می‌آید.

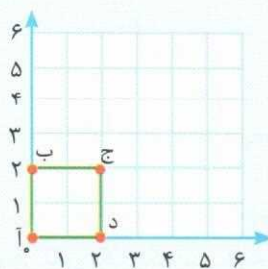
$$\begin{array}{l} \text{آ:} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{+3} \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{+2} \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} \\ \text{و:} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{ب:} \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{+3} \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{+2} \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix} \\ \text{م:} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{ج:} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{+3} \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{+2} \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix} \\ \text{س:} \end{array}$$

مختصات نقاط جدید را روی محور مختصات رسم می‌کنیم. مثلث (و م س) انتقال یافته‌ی مثلث (آ ب ج) است.

رسم شکل‌های کوچک و بزرگ روی صفحه‌ی مختصات



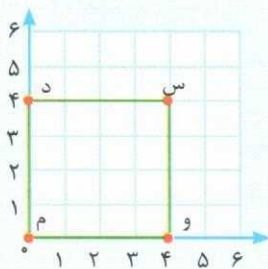
می‌خواهیم ضلع‌های مشخص شده‌ی شکل روی صفحه‌ی مختصات را دو برابر بزرگ‌تر کنیم، ابتدا مختصات رأس‌های شکل مورد نظر را می‌نویسیم.

$$\begin{array}{l} \text{آ:} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{ب:} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{ج:} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \text{د:} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \end{array}$$

حالا ضلع‌های شکل را دو برابر می‌کنیم:

و مختصات رأس‌های جدید را روی محور مختصات مشخص می‌کنیم.

$$\begin{array}{l} \text{م:} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \text{و:} \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \text{س:} \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \text{ن:} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \end{array}$$



با توجه به شکل روبه‌رو و مختصات (شکل کوچک و بزرگ)، نتیجه می‌گیریم که هر گاه اضلاع مربعی ۲ برابر شود مساحت آن ۴ برابر می‌شود.

مساحت مربع کوچک و بزرگ با شمارش مربع‌های داخل به این صورت است:

$$16 = \text{مساحت مربع بزرگ} \quad 4 = \text{مساحت مربع کوچک}$$

تقارن و مختصات

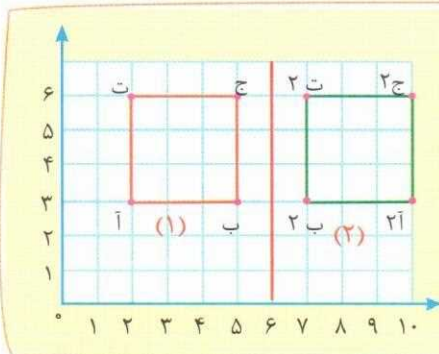


مبحث تقارن را با دو موضوع زیر مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۱- تقارن محوری عمودی

۲- تقارن محوری افقی

تقارن محوری عمودی (در صفحه مختصات)



زمانی که بخواهیم قرینه‌ی شکل (۱) را نسبت به خط تقارن عمودی رسم کنیم، در ابتدا باید مختصات رأس‌های شکل (۱) را بنویسیم.

با توجه به صفحه مختصات روبه‌رو، مختصات رأس‌ها به این صورت می‌باشد:

$$\begin{matrix} \text{ت} : \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix} & \text{ج} : \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} & \text{ب} : \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} & \text{آ} : \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

سپس قرینه‌ی شکل (۱) را نسبت به خط تقارن عمودی رسم کرده و آن را شکل (۲) می‌نامیم و مختصات رأس‌های آن را می‌نویسیم.

$$\begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix} \text{، بر محور}$$

طول‌ها عمود شده است.

در صفحه مختصات بالا، برای رسم قرینه‌ی شکل، نقاط آ، ب، ج و ت را از خط تقارن می‌شماریم و به همان اندازه در طرف مقابل خط تقارن عمودی، همان نقاط را می‌گذاریم.

در نهایت، مثل همان شکل اولیه، یک مربع داریم که رأس‌های آن را می‌توانیم نام‌گذاری کنیم.

سپس مختصات نقاط شکل جدید نوشته می‌شود:

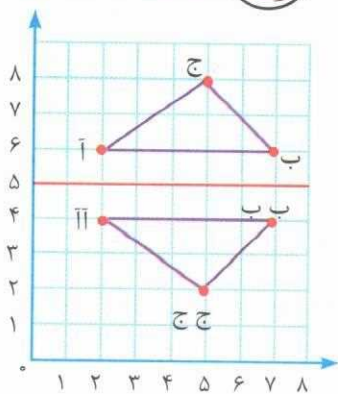
$$\begin{matrix} \text{ت} : \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix} & \text{ج} : \begin{bmatrix} 10 \\ 6 \end{bmatrix} & \text{ب} : \begin{bmatrix} 10 \\ 3 \end{bmatrix} & \text{آ} : \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

→ همان طور که در مختصات نقاط جدید می‌بینیم، عرض نقطه‌ها هیچ تغییری نکرده است و فقط طول هر نقطه تغییر می‌کند.

برای رسم قرینه‌ی یک شکل نسبت به خط تقارن عمودی، عرض نقاط (اعداد ردیف پایین) هیچ تغییری نمی‌کند، اما طول نقاط (اعداد ردیف بالا) تغییر می‌کند.

تقارن محوری افقی (در صفحه مختصات)

برای رسم قرینه‌ی شکل نسبت به خط تقارن افقی، ابتدا مختصات نقاط را می‌نویسیم و قرینه را براساس خط تقارن افقی رسم می‌کنیم.



در صفحه‌ی مختصات روبه‌رو مختصات نقاط (رأس‌ها) شکل (۱) را می‌نویسیم.

$$آ: \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$ب: \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$ج: \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix}$$

و سپس قرینه را براساس خط تقارن افقی رسم می‌کنیم. (با توجه به فاصله‌ی نقاط از خط تقارن) مختصات نقاط قرینه نیز بدین صورت به‌دست می‌آید:

$$آآ: \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$بب: \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$جج: \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

در این قسمت عرض نقاط تغییر می‌کند ولی طول آن‌ها تغییر نمی‌کند.

گاهی برای نشان دادن قرینه‌ی یک نقطه از علامت $-$ استفاده می‌شود. مثلاً برای نشان دادن قرینه‌ی نقطه‌ی $آ$ از $آ-$ استفاده می‌شود. یا قرینه‌ی نقطه‌ی $ب$ را با $ب-$ نمایش می‌دهند که در سال‌های بعد بیشتر آشنا می‌شوید.

تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- در تقارن محوری فاصله‌ی هر نقطه تا خط تقارن، با فاصله‌ی قرینه‌ی نقطه آن تا خط تقارن برابر است. ☒ درست ☐ نادرست
- عرض نقاطی که روی محور طول‌ها قرار دارند، صفر است. ☒ درست ☐ نادرست
- اگر از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ، ۴ واحد به بالا برویم، به نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$ می‌رسیم. ☒ درست ☐ نادرست

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

- محل برخورد دو محور مختصات را $مبدأ مختصات$ می‌گویند.
- اگر طول و عرض یک مستطیل ۶ برابر شود محیط آن ۶ برابر و مساحت آن ۳۶ برابر می‌شود.
- فاصله‌ی نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix}$ از محور عرض‌ها برابر با ۲ واحد است.

ج) گزینه‌ی درست را با علامت $\checkmark$ مشخص کنید.

- به جای $\square$ چه عددی می‌توان قرار داد تا نقطه‌ی (آ) بر روی محور عمودی قرار گیرد؟
 الف) ۳ ☐ ب) ۰ ☐ ج) ۴ ☐ د) ۶ ☒
- اگر نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$ را در صفحه‌ی مختصات سه واحد به سمت راست و چهار واحد به سمت پایین جابجا کنیم، مختصات نقطه‌ی جدید کدام است؟
 الف) $\begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix}$ ☐ ب) $\begin{bmatrix} 8 \\ 3 \end{bmatrix}$ ☒ ج) $\begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$ ☐ د) $\begin{bmatrix} 4 \\ 12 \end{bmatrix}$ ☐

۳ کدام یک از نقاط زیر روی محور افقی قرار می‌گیرد؟

- الف) $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ ☒ ب) $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ ☐ ج) $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ☐ د) $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

۴ به دو عددی که با آن مکان نقطه را در صفحه‌ی شطرنجی تعیین می‌کنیم، چه می‌گوییم؟

- الف) مختصات شکل ☐ ب) محور عرض‌ها ☐ ج) محور طول‌ها ☐ د) مختصات نقطه ☒

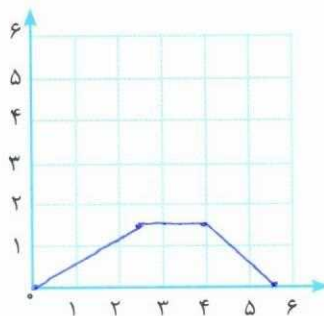
۵ کدام گزینه در مورد نقطه‌ی (م) با مختصات $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$ در محور مختصات صحیح است؟

- الف) روی محور عرض‌ها قرار دارد. ☐ ب) روی محور طول‌ها قرار دارد. ☒ ج) طول نقطه‌ی (م) صفر است. ☐ د) نقطه‌ی (م) در مبدأ مختصات قرار دارد. ☐

د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

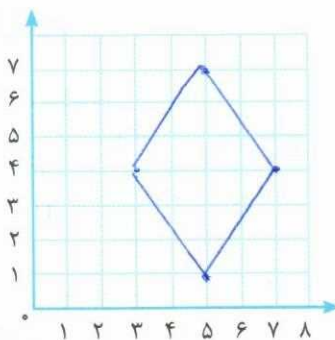
۱ دوزنقه‌ای با مختصات رأس‌های زیر روی محور مختصات رسم کنید.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2/5 \\ 1/5 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 4 \\ 1/5 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 5/5 \\ 0 \end{bmatrix}$$



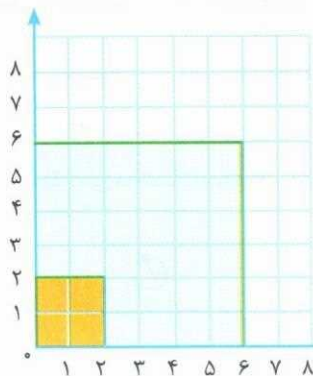
۲ مختصات رأس‌های یک چهار ضلعی به صورت زیر است. چهار ضلعی را رسم کرده، نام آن را بنویسید و مساحت آن را بدست آورید.

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$$



$$7 \times 4 = 28 \div 2 = 14$$

مساحت لوزی



۳ بین مختصات مربع بزرگ و کوچک چه رابطه‌ای وجود دارد؟

$$36 \div 4 = 9$$

$$4 = \text{مساحت مربع کوچک}$$

$$36 = \text{بزرگ}$$

اگر از ضلع مربع کوچک را ۳ برابر کنیم مساحت آن ۹ برابر می‌شود.

مربع بزرگ ۹ برابر مربع کوچک است.

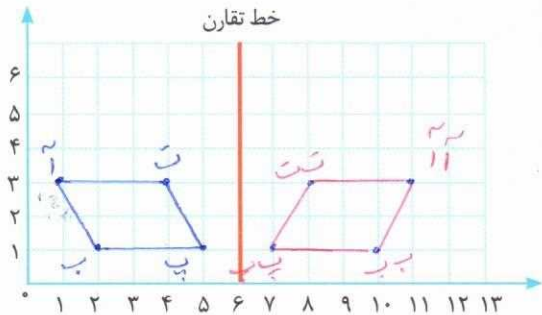
گروه آموزشی گراد



۴ با توجه به مختصات داده شده، به سوالات زیر پاسخ دهید.

ت: $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ پ: $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ ب: $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ آ: $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

مختصات قرینه‌ی نقاط را نسبت به خط تقارن مشخص کنید.

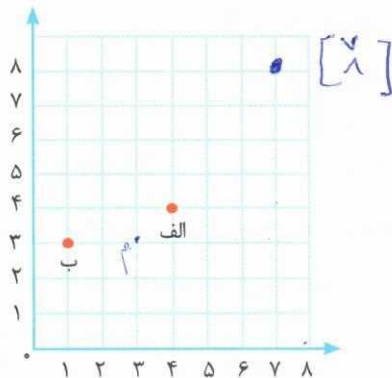


$A' = \begin{bmatrix} 11 \\ 3 \end{bmatrix}$ $B' = \begin{bmatrix} 10 \\ 3 \end{bmatrix}$

$P' = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix}$ $T' = \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \end{bmatrix}$



۵ الف) مختصات نقطه‌ی م: $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ است. اگر این نقطه را ابتدا ۴ واحد به سمت راست و سپس ۵ واحد به سمت بالا حرکت دهیم، مختصات نقطه‌ی جدید چیست؟ $\begin{bmatrix} 8 \\ 8 \end{bmatrix}$

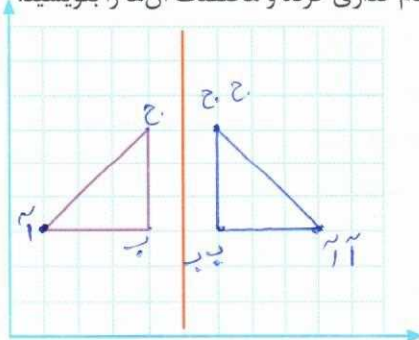


الف = $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$

ب = $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

ب) مختصات نقاط (الف) و (ب) را بنویسید.

۶ قرینه‌ی شکل زیر را نسبت به خط داده شده رسم کنید و رأس‌های شکل و قرینه‌ی آن را نام گذاری کرده و مختصات آن‌ها را بنویسید.

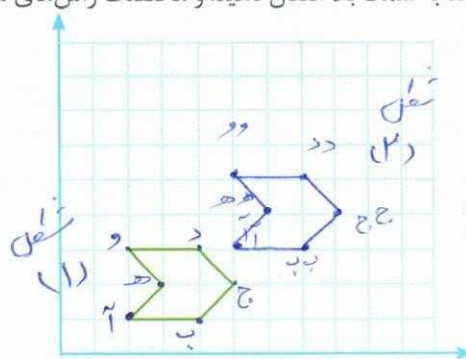


$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$

$A' = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$ $B' = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$ $C' = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$



۷ شکل زیر را ۳ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت بالا انتقال دهید. و مختصات رأس‌های شکل جدید را بنویسید.

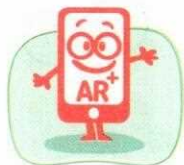


$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$
مختصات شکل (۲): $E = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ $F = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ $G = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ $H = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}$

نقاط شکل (۲) برابر: $A' = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$ $B' = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$ $C' = \begin{bmatrix} 8 \\ 7 \end{bmatrix}$ $D' = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$
 $E' = \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \end{bmatrix}$ $F' = \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix}$ $G' = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$ $H' = \begin{bmatrix} 9 \\ 7 \end{bmatrix}$

فصل ۵

اندازه گیری



درس نامه



به مثال های زیر دقت کنید:

- ارتفاع بزرگترین قله ی جهان ۸۸۴۸ متر است.
- مساحت یک جعبه ی دستمال کاغذی ۹۵۰ سانتی متر مربع است.
- تهران با مشهد ۹۰۰ کیلومتر فاصله دارد.
- مساحت رومیزی ۱ متر مربع می باشد.

طول و سطح

می دانیم که واحد اندازه گیری طول، متر است که برای اندازه گیری طول پاره خط، اندازه گیری ابعاد اجسام و اضلاع شکل های هندسی و همچنین محیط شکل های هندسی به کار می رود.

واحدهای اندازه گیری



واحدهای اندازه گیری طول: کیلومتر، متر، دسی متر، سانتی متر، میلی متر و ...

واحدهای اندازه گیری جرم: تن، کیلوگرم، گرم و ...

واحدهای اندازه گیری سطح: کیلومتر مربع، هکتار، متر مربع، دسی متر مربع، سانتی متر مربع، میلی متر مربع و ...

واحدهای اندازه گیری حجم: متر مکعب، دسی متر مکعب، سانتی متر مکعب و ...

واحدهای اندازه گیری (حجم مایعات) گنجایش: لیتر، سی سی و ...

تفاوت حجم و گنجایش

حجم میزان فضایی است که یک جسم مثل پارچ اشغال می کند و گنجایش در اصطلاح پارچ، میزان آبی است که می توان در آن ریخت یا به عبارت دیگر فضای داخل پارچ است.

واحد اندازه گیری سطح (مساحت) اجسام و شکل های هندسی، متر مربع است که برای اندازه گیری دقیق تر از واحدهای کوچک تر می توان استفاده کرد.



۱۲۶ خانم
۹۹ فصل ۵

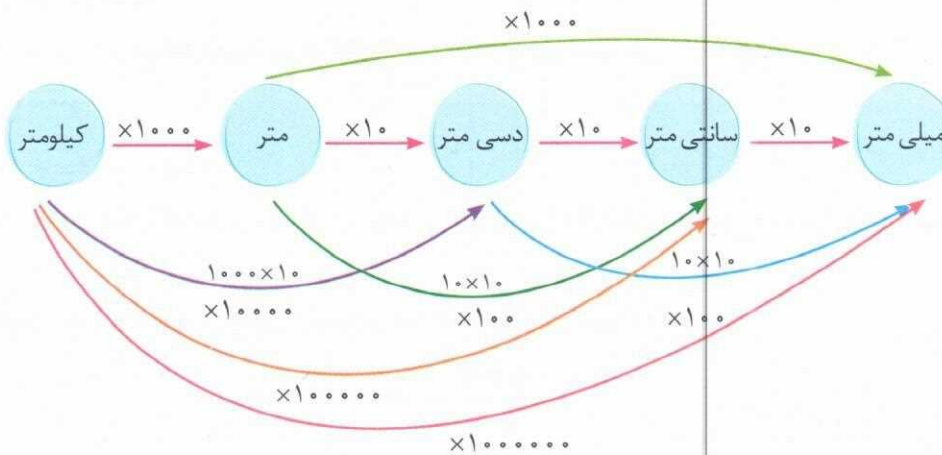
تبدیل واحد های طول



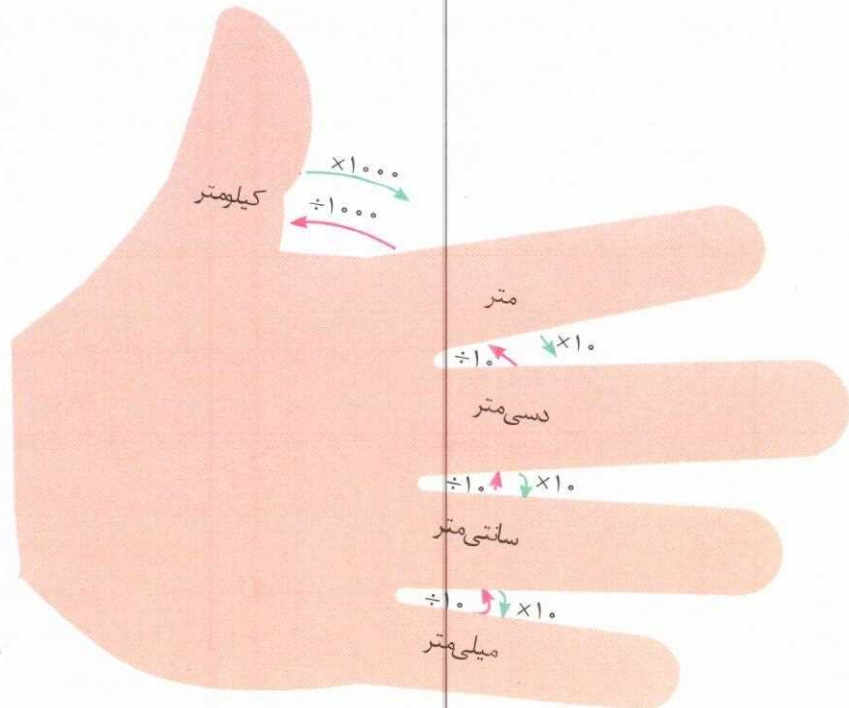
۱ متر $\rightarrow$ ۱۰۰۰ کیلومتر
۱ دسی متر $\rightarrow$ ۱۰ متر
۱ سانتی متر $\rightarrow$ ۱۰ دسی متر
۱ میلی متر $\rightarrow$ ۱۰ سانتی متر

هر کیلومتر = ۱۰۰۰ متر
هر متر = ۱۰ دسی متر
هر دسی متر = ۱۰ سانتی متر
هر سانتی متر = ۱۰ میلی متر

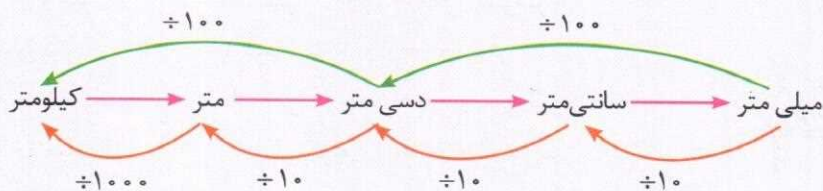
الگوی تبدیل واحد های طول به یکدیگر



الگوی تبدیل واحد (انگشتان دست)



در هر گونه محاسبات تبدیل واحد، برای تبدیل واحدهای بزرگ‌تر به واحدهای کوچک‌تر، از روش ضرب و برای تبدیل واحدهای کوچک‌تر به واحدهای بزرگ‌تر، از روش تقسیم استفاده می‌کنیم.



به مثال‌های زیر دقت کنید:

۶۲۰ کیلومتر چند متر است؟

واحدهای ما، کیلومتر و متر هستند و می‌دانیم هر کیلومتر برابر با ۱۰۰۰ متر است. پس ۶۲۰ کیلومتر برابر است با (۶۲۰×۱۰۰۰) متر یعنی ۶۲۰,۰۰۰ متر.

۳۲۷ سانتی متر چند دسی متر است؟

با توجه به سوال، تبدیل واحد کوچک‌تر (سانتی متر) به واحد بزرگ‌تر (دسی متر) را داریم. هر دسی متر برابر است با ۱۰ سانتی متر؛ پس:

$$\text{دسی متر } ۳۲۷ \div ۱۰ = ۳۲/۷$$

برای راحت کردن محاسبه می‌توان از جدول تناسب هم استفاده کرد، به این صورت:

دسی متر	۱	۳۲۷
سانتی متر	۱۰	۳۲۷

$$\div 10 \rightarrow \bigcirc = \frac{1 \times 327}{10} = \frac{327}{10} = 32/7 \text{ دسی متر}$$

۸۲۵ دسی متر چند کیلومتر است؟

هر کیلومتر برابر با ۱۰۰۰ متر و هر متر برابر با ۱۰ دسی متر است: یعنی $\frac{۱۰۰۰ \times ۱۰}{۱۰۰۰}$ یعنی هر کیلومتر برابر است با ۱۰۰۰۰ دسی متر

کیلومتر	۱	?
دسی متر	۱۰۰۰۰	۸۲۵

$$\div 10000 \rightarrow \frac{۸۲۵}{۱۰۰۰۰} = ۰/۰۸۲۵ \text{ دسی متر}$$

تبدیل واحدهای سطح

همانطور که در مبحث قبلی گفته شد، واحدهای سطح برای اندازه گیری مساحت سطوح به کار می‌رود.

یک کیلومتر مربع، مساحت مربعی به ضلع ۱ کیلومتر است.

۱ کیلومتر (۱۰۰۰ متر)



از طرفی هر کیلومتر = ۱۰۰۰ متر است. بنابراین یک کیلومتر مربع برابر است با مساحت مربعی که

هر ضلع آن ۱ کیلومتر یا ۱۰۰۰ متر باشد.

۱۰۰۰×۱۰۰۰ یعنی ۱'۰۰۰'۰۰۰ مترمربع.

۱ کیلومتر مربع = ۱ کیلومتر $\times$ ۱ کیلومتر = مساحت مربع

متر مربع $۱۰۰۰ \times ۱۰۰۰ = ۱'۰۰۰'۰۰۰$

پس: ۱ کیلومتر مربع برابر است با ۱'۰۰۰'۰۰۰ مترمربع



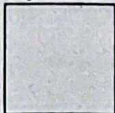
۴۳۸



از واحد کیلومتر مربع برای بیان مساحت سطح‌های بزرگ مانند مساحت قاره‌ها، شهرها و کشورها استفاده می‌شود.

هکتار

۱۰۰ متر



یک هکتار مساحت مربعی به ضلع ۱۰۰ متر است. پس:

$$\text{متر مربع } 10000 = 100 \times 100 \text{ متر: مساحت}$$

بنابراین هر هکتار برابر است با ۱۰۰ متر $\times$ ۱۰۰ متر، یعنی ۱۰۰۰۰ متر مربع، پس:

$$\text{متر مربع } 10000 = 1 \text{ هکتار}$$

۴۳۹



از واحد هکتار برای بیان مساحت زمین‌های کشاورزی و جنگل‌ها استفاده می‌شود.



هر کیلومتر مربع = ۱۰۰ هکتار

$$1 \text{ کیلومتر} \times 1 \text{ کیلومتر} = 1 \text{ کیلومتر مربع}$$

$$\text{متر مربع } 1000000 = 1000 \times 1000 \text{ متر}$$

$$\text{متر مربع } 10000 = 1 \text{ هکتار}$$

$$1000000 \div 10000 = 100 \text{ پس:}$$

$$1 \text{ کیلومتر مربع} = 100 \text{ هکتار}$$

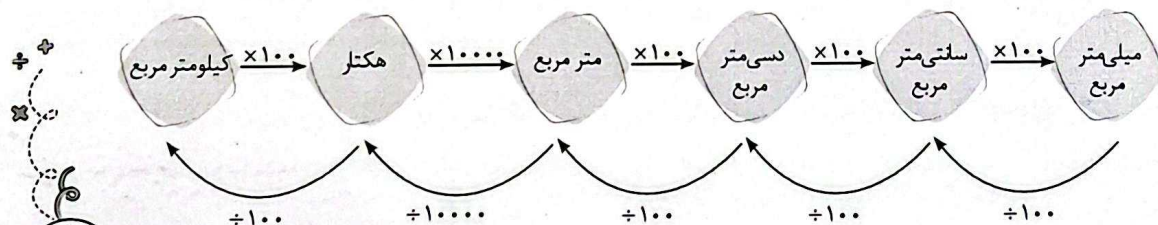
بنابراین:

۴۴۰



از واحد متر مربع برای بیان مساحت خانه‌ها و اتاق‌ها استفاده می‌شود. همچنین از سانتی‌متر مربع برای بیان مساحت سطح‌های کوچک مانند سطح کتاب، سطح برگه‌ی کاغذ، سطح سینی و ... استفاده می‌شود.

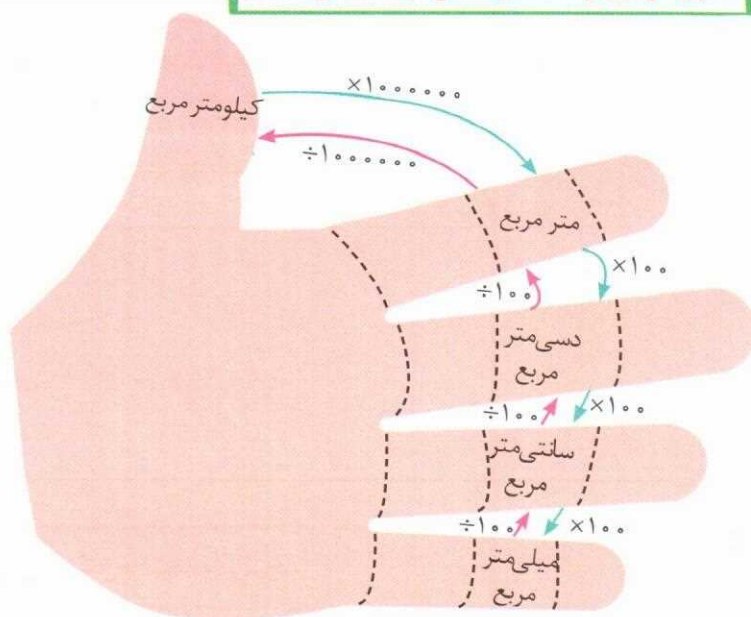
الگوی تبدیل واحد‌های سطح به یکدیگر



۱۰۷

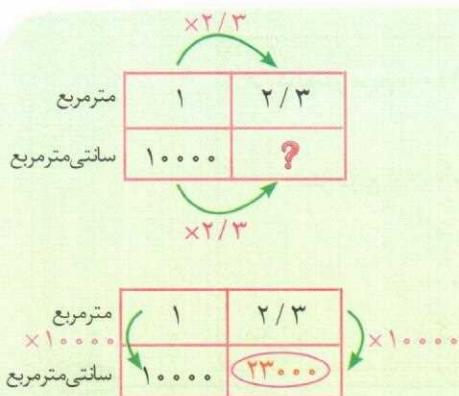
انتشارات گراد

الگوی تبدیل واحد های سطح، (انگشتان دست)



به مثال های زیر دقت کنید:

۲/۳ متر مربع چند سانتی متر مربع است؟



$$۱ \text{ متر} \times ۱ \text{ متر} = ۱ \text{ متر مربع}$$

$$۱۰۰ \text{ سانتی متر} \times ۱۰۰ \text{ سانتی متر} = ۱۰۰۰۰ \text{ سانتی متر مربع}$$

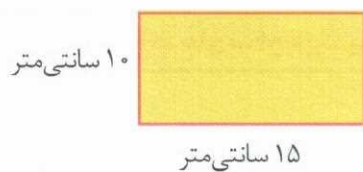
$$\text{بنابراین: } ۱ \text{ متر مربع} = ۱۰۰۰۰ \text{ سانتی متر مربع}$$

$$\text{پس: } ؟ = \frac{۲/۳ \times ۱۰۰۰۰}{۱} = ۲۳۰۰۰ \text{ سانتی متر مربع}$$

در حل جدول تناسب و تبدیل واحدها، روش محاسبه می تواند از پایین

به بالا یا بالا به پایین هم انجام گیرد. **مانند:**

مثال: اگر شکل زیر، نقشه ی یک زمین کشاورزی باشد و هر ۱ سانتی متر روی شکل، برابر ۲۰ متر روی زمین باشد، به سوالات زیر پاسخ دهید.



الف) مساحت کل این زمین چند متر مربع است؟

$$۲۰ \text{ متر روی زمین} = ۱ \text{ سانتی متر روی نقشه}$$

$$\text{متر} \quad ۳۰۰ = ۱۵ \times ۲۰ = \text{طول زمین}$$

$$\text{متر} \quad ۲۰۰ = ۱۰ \times ۲۰ = \text{عرض زمین}$$

$$\text{متر مربع} \quad ۶۰۰۰۰ = ۳۰۰ \times ۲۰۰ = \text{مساحت زمین}$$

ب) مساحت این زمین چند هکتار است؟



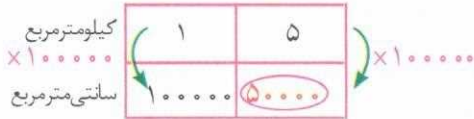
در مبحث و مثال های قبل گفتیم که در تبدیل واحدها با استفاده از جدول تناسب، بهتر است عملیات (محاسبات) از پایین به بالا یا

از بالا به پایین انجام شود.



این روش دو مزیت دارد:

- ۱- مساحت و تبدیل واحدها ملکه‌ی ذهن می‌شود و یادگیری آن به‌ترسورت می‌گیرد.
- ۲- با اعدادی مانند ۱۰۰۰۰ و ۱۰۰۰۰۰ و ... سرو کار داریم که دارای صفرهای زیادی است و با این روش محاسبه (حذف و اضافه کردن صفرها) با سهولت بیشتری انجام می‌گیرد. **مانند:**



تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

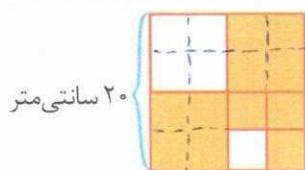
- | | | |
|--|--|---|
| ☒ نادرست | ☐ درست | ۱ واحد مناسب برای اندازه‌گیری مساحت کشورها، متر مربع است. |
| ☐ نادرست | ☒ درست | ۲ یک متر مربع برابر است با ۱۰۰ دسی متر مربع. |
| ☒ نادرست | ☐ درست | ۳ برای اندازه‌گیری ارتفاع کوه سبلان، از واحد متر مربع استفاده می‌شود. |
| ☐ نادرست | ☒ درست | ۴ $\frac{۳}{۷}$ هکتار برابر با ۳۷۰۰۰ متر مربع است. |
| ☒ نادرست | ☐ درست | ۵ مساحت کلاس درس شما دو هکتار است. |

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

- ۱ برای اندازه‌گیری مساحت زمین فوتبال از واحد متر مربع استفاده می‌کنند.
- ۲ برای اندازه‌گیری مساحت کشورها معمولاً از واحد کیلومتر مربع استفاده می‌کنیم.
- ۳ برای اندازه‌گیری مساحت برگه‌ی آچار از واحد سانتی‌متر مربع استفاده می‌کنیم.
- ۴ برای بیان مسافت بین سبزوار و مشهد از واحد کیلومتر استفاده می‌کنیم.
- ۵ ۶۰۰ سانتی‌متر مربع، مساحت کتاب می‌تواند باشد.
- ۶ قد حدیث ۱۶۱ سانتی‌متر است.

ج) گزینه‌ی درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

- ۱ کدام یک از واحدهای زیر، برای اندازه‌گیری محیط شکل‌های هندسی به کار می‌رود؟
 الف) متر مربع ☐ ب) هکتار ☐ ج) متر ☒ د) سانتی‌متر مربع ☐
- ۲ در کدام گزینه، واحدها از بزرگ به کوچک نوشته شده است؟
 الف) هکتار - کیلومتر مربع - سانتی‌متر ☐ ب) متر مربع - میلی‌متر مربع - دسی متر مربع ☐
 ج) دسی متر مربع - سانتی‌متر مربع - میلی‌متر مربع ☒ د) کیلومتر - متر مربع - دسی متر مربع ☐
- ۳ مساحت قسمت رنگ شده چند برابر قسمت بدون رنگ است؟
 الف) $\frac{۳}{۲}$ برابر ☐ ب) $\frac{۲}{۲}$ برابر ☒ ج) $\frac{۱}{۵}$ برابر ☐ د) $\frac{۱}{۲}$ برابر ☐



$\frac{۱۱}{۱۶} = \frac{۱۱}{۱۶}$ $\frac{۵}{۱۶} = \frac{۵}{۱۶}$ $\frac{۱۱}{۱۶} = \frac{۱۱}{۱۶}$

$۱۱ \div ۵ = ۲,۲$

۴ آقا رضا کف سالن منزلشان را با پارکت‌هایی به شکل زیر پوشانده است. اگر مساحت سالن ۲۴ متر مربع باشد، چه تعداد پارکت برای کف سالن استفاده شده است؟

متر ۲ = ۲۰ سانتی‌متر

۴ متر

مساحت پارکت = $4 \times 0.2 = 0.8$ متر مربع

$24 \div 0.8 = 30$

ب) ۲۰ تا

الف) ۳۰ تا

د) ۵۰ تا

ج) ۴۰ تا

۵ در کدام گزینه واحد مناسب استفاده شده است؟

الف) برای اندازه گیری طول مداد، از واحد میلی متر استفاده می‌شود.

ب) برای اندازه گیری مساحت ساختمان، از واحد متر مربع استفاده می‌شود.

ج) برای اندازه گیری ابعاد یک درب، از واحد دسی متر مربع استفاده می‌شود.

د) برای اندازه گیری دور لبه یک لیوان، از واحدهای سطح استفاده می‌شود.

د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

۱ با استفاده از جدول تناسب، تبدیل واحدها را انجام دهید.

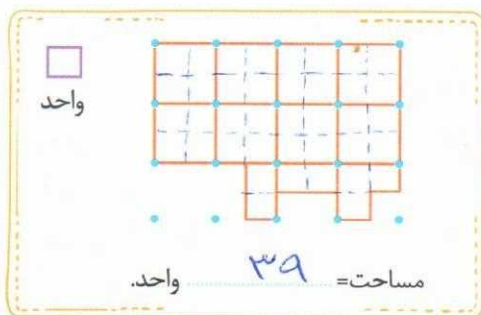
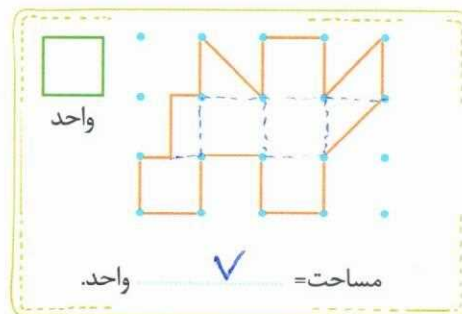
مترمربع	۱	۰/۰۱۳
سانتی‌مترمربع	۱۰۰۰۰	۱۳۰

الف) ۰/۰۱۳ متر مربع چند سانتی‌متر مربع است؟ ۱۳۰ متر مربع

ب) ۲۲۴۵ میلی متر مربع چند دسی متر مربع است؟ ۲۲۴۵ دسی متر مربع

دسی‌مترمربع	۱	۰/۲۲۴۵
میلی‌مترمربع	۱۰۰۰۰	۲۲۴۵

۲ با توجه به واحد سطح، مساحت هر شکل را با شمارش حساب کنید.



۳ مساحت متوازی الاضلاعی ۱۸۷ سانتی‌متر مربع و اندازه‌ی قاعده‌ی آن ۱۷ سانتی‌متر است. اندازه‌ی ارتفاع وارد بر این قاعده، چند میلی‌متر است؟

ارتفاع × قاعده = مساحت متوازی‌الاضلاع

$187 = 17 \times \square$

$\square = 187 \div 17 = 11$ سانتی‌متر

ارتفاع = ۱۱ سانتی‌متر



۴ طول یک زمین مستطیل شکل ۱۵ متر و عرض آن ۶/۵ متر است. مساحت این زمین چند متر مربع است؟

دسی متر ۶/۵ = ۶۵ متر
دسی متر ۱۵ = ۱۵۰ متر

دسی متر مربع ۹۷۵۰ = ۶۵ × ۱۵۰ = مساحت مستطیل

۵ پدر سعید زمینی به مساحت ۷ هکتار دارد که در آن گندم کاشته است. اگر او از هر متر مربع زمین خود ۱/۵ کیلوگرم گندم درو کند و هر کیلوگرم گندم درو شده را به قیمت ۱۵۰۰۰ تومان بفروشد، کل محصول خود را به چه قیمتی فروخته است؟



کل میزان گندم ۷ هکتار = ۷۰۰۰۰ متر مربع
۷۰۰۰۰ × ۱/۵ = ۱۰۵۰۰۰
کل قیمت محصول ۱۰۵۰۰۰ × ۱۵۰۰۰ = ۱۵۷۵۰۰۰۰۰
(یک میلیارد و پانصد هفتاد و پنج میلیون تومان)

۶ یک متر مربع صفحه‌ی خورشیدی با استفاده از نور خورشید در هر ساعت حدود ۲۰۰ وات برق تولید می‌کند.

الف) اگر در یکی از مناطق کویری روزی ۱۰ ساعت آفتاب بتابد، هر متر مربع صفحه‌ی خورشیدی در یک هفته، چند وات برق تولید می‌کند؟
ب) برای اینکه در یک هفته ۱۶۸ کیلو وات برق تولید شود، سطح صفحه‌ی خورشیدی باید چند متر مربع باشد؟ (راهنمایی: ۱ کیلو وات = ۱۰۰۰ وات)

۲۰۰۰ وات = ۱۰ × ۲۰۰ ساعت ۱۰ (یک روز) → وات ۲۰۰ : ساعت ۱ → ۱ متر مربع

۱۴۰۰۰ وات = ۷ × ۲۰۰۰ : ۱ هفته

۱۴۸۰۰۰ وات = ۱۴۸ : کیلو وات

۱۴۸۰۰۰ ÷ ۱۴۰۰۰ = ۱۲ → ۱۲ متر مربع صفحه‌ی خورشیدی نیاز داریم

۷ در هر قسمت تبدیل واحدها را با استفاده از جدول تناسب کامل کنید.

الف) ۳۵۴۶ میلی متر چند متر است؟ ۲،۵۴۶

۱	۳۵۴۶
۱۰۰۰	۳،۵۴۶

متر
میلی متر

ب) ۱۸۶۰۰۰۰۰ متر مربع چند سانتی متر مربع است؟ ۱۸۶۰

۱	۱۸۶۰
۱۰۰۰۰۰	۱۸۶۰۰۰۰۰۰

متر مربع
سانتی متر مربع

ج) ۵۳۷۲ دسی متر مربع چند هکتار است؟ ۰،۰۵۳۷۲

۱	۰،۰۵۳۷۲
۱۰۰۰۰۰	۵۳۷۲

هکتار
دسی متر مربع

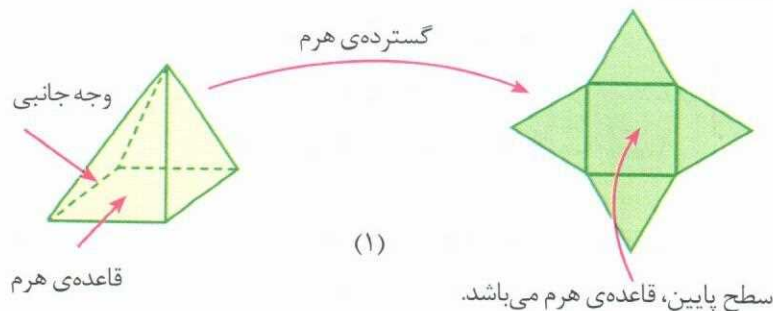
د) ۲/۱۳۶ کیلومتر چند متر است؟ ۲۱۳۶

۱	۲،۱۳۶
۱۰۰۰	۲۱۳۶

کیلومتر
متر

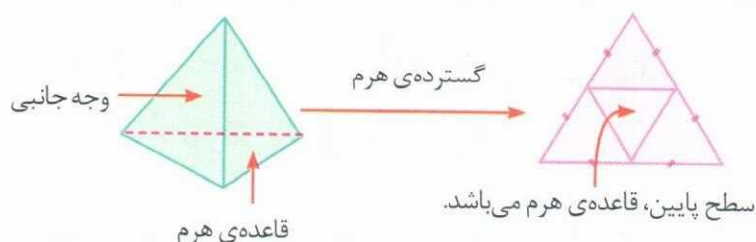
جرم و حجم

به شکل زیر دقت کنید.



(۱)

این شکل یک نوع هرم است. هرم یک شکل فضایی (چند وجهی) است. که همه‌ی وجه‌های آن به جز یکی از آن‌ها در یک رأس، مشترک هستند.



(۲)

قاعده هرم می‌تواند به شکل‌های مختلف (مربع - مثلث - مستطیل و ۵ ضلعی) باشد.

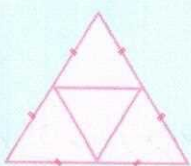
در شکل شماره‌ی (۲) در گسترده‌ی هرم:

- به مثلث‌های کناری که دیواره‌ی هرم را تشکیل می‌دهند، وجه جانبی یا دیواره‌ی هرم گفته می‌شود.

- به مثلث داخلی، قاعده‌ی هرم گفته می‌شود.

- اگر گسترده‌ی هرم از چهار مثلث متساوی الاضلاع (هم اندازه) تشکیل شده باشد، به آن چهار وجهی منتظم

هم گفته می‌شود.



حجم: به مقدار فضایی که یک جسم اشغال می‌کند، حجم می‌گویند.

مکعب (مکعب مربع)

مکعب یک شکل شش وجهی است و چون تمام وجه‌های آن، مربع‌های برابر هستند، به آن، شش وجهی منتظم یا چینه هم گفته می‌شود. محل برخورد گوشه‌های مکعب را رأس مکعب می‌نامند و به ضلع‌هایی که رأس‌های مکعب را به هم وصل می‌کند، یال یا لبه گفته می‌شود.



۱- به مکعب مربع به اختصار، مکعب گفته می‌شود.

۲- هر مکعب ۶ وجه مساوی دارد.

۳- هر مکعب ۱۲ ضلع یا بُعد یا یال دارد.

۴- هر مکعب ۸ رأس دارد.

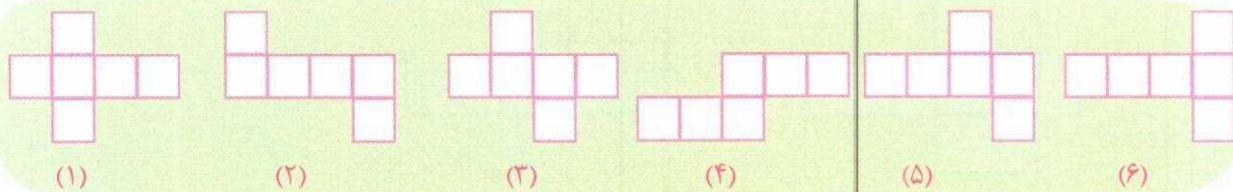
گسترده‌ی مکعب مربع از ۶ مربع مساوی تشکیل شده است که اضلاع آن‌ها مساوی هستند. با کنار هم قرار گرفتن آن‌ها، یک مکعب مربع

را تشکیل می‌دهد.

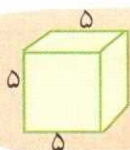
گروه آموزشی گراد



این شکل‌ها چند حالت گسترده مکعب را نشان می‌دهد.



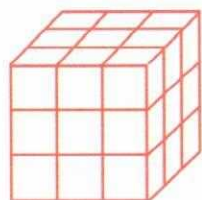
واحد مساحت، متر مربع، میلی‌متر مربع، سانتی‌متر مربع و ... است.
برای به دست آوردن مساحت یا همان سطح کل مکعب به این روش اقدام می‌کنیم:



$$6 \times (\text{خودش} \times \text{یک ضلع مربع}) = \text{مساحت گسترده‌ی مکعب}$$

$$\text{متر مربع } 150 = (5 \times 5) \times 6 = \text{مساحت گسترده‌ی مکعب}$$

حجم



به شکل مقابل دقت کنید.
این مکعب از ۲۷ مکعب، با ضلع‌های یک سانتی‌متری ساخته شده است.

پس حجم این مکعب ۲۷ سانتی‌متر مکعب است.

برای به دست آوردن حجم مکعب، باید یک ضلع، سه بار در خودش ضرب شود.

$$\text{پس: } \text{ضلع} \times \text{ضلع} \times \text{ضلع} = \text{حجم مکعب}$$

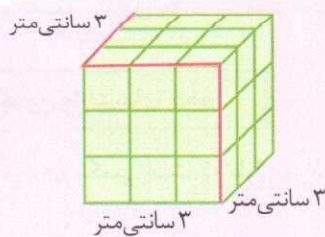


۱- در مکعب مربع، طول، عرض و ارتفاع، با هم برابر هستند.

۲- برای نوشتن واحد حجم از کلمه‌ی مکعب استفاده می‌شود؛ متر مکعب سانتی‌متر مکعب و ...



حجم مکعب مقابل به این صورت به دست می‌آید:

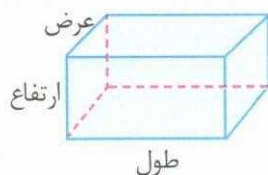


$$\text{ضلع} \times \text{ضلع} \times \text{ضلع} = \text{حجم مکعب}$$

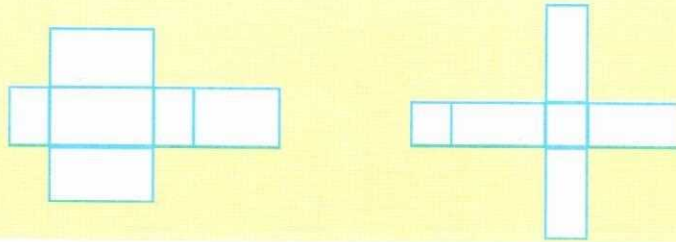
$$3 \times 3 \times 3 = 27 \text{ سانتی‌متر مکعب}$$

مکعب مستطیل

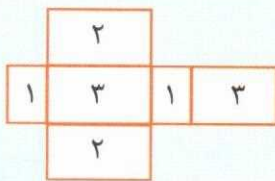
مکعب مستطیل، یک شکل شش وجهی است که بعضی از وجه‌های آن، مستطیل است.
در هر گسترده‌ی مکعب مستطیل، وجه‌های روبه‌رو حتماً با هم برابر هستند.



گسترده‌ی مکعب مستطیل را هم مانند مکعب به صورت‌های گوناگون می‌توان رسم کرد. مثال:

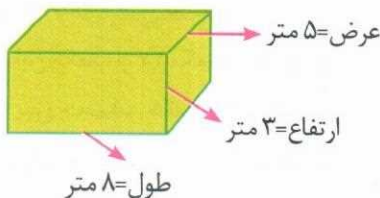


در مکعب مستطیل، وجه‌ها دو به دو با هم برابر هستند. برای محاسبه‌ی مساحت گسترده‌ی مکعب مستطیل، به این صورت عمل می‌کنیم:



مساحت گسترده مکعب مستطیل $\Rightarrow$ (مساحت مستطیل‌های شماره (۱)) + (مساحت مستطیل‌های شماره (۲)) + (مساحت مستطیل‌های شماره (۳))

مساحت گسترده مکعب مستطیل $\Rightarrow (2 \times \text{عرض} \times \text{طول}) + (2 \times \text{عرض} \times \text{طول}) + (2 \times \text{عرض} \times \text{طول})$



مثال: به روش محاسبه‌ی مساحت مکعب مستطیل روبه رو دقت کنید:

متر مربع $80 = (8 \times 5) \times 2 = \text{عرض} \times \text{طول} \times (\text{مساحت مستطیل‌های بالا و پایین})$

متر مربع $48 = (8 \times 3) \times 2 = \text{ارتفاع} \times \text{طول} \times (\text{مساحت مستطیل‌های جلو و پشت})$

متر مربع $30 = (5 \times 3) \times 2 = \text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times (\text{مساحت مستطیل‌های راست و چپ})$

متر مربع $158 = 80 + 48 + 30 = \text{مساحت گسترده‌ی مکعب مستطیل}$

حجم مکعب مستطیل

برای به دست آوردن حجم مکعب مستطیل، مانند مکعب عمل می‌کنیم و نیاز به اندازه‌های طول، عرض و ارتفاع داریم.

ارتفاع $\times$ عرض $\times$ طول = حجم مکعب مستطیل

محاسبه‌ی حجم مکعب مستطیل بالا: متر مکعب $120 = 8 \times 5 \times 3 = \text{حجم مکعب مستطیل}$

معرفی و تبدیل واحدهای حجم



متر مکعب $1 \times 1 \times 1 = 1$

دسی متر مکعب $10 \times 10 \times 10 = 1000$

یک متر = 10 دسی متر. پس حجم این مکعب به دسی متر مکعب، برابر است با:

متر مکعب $1 \times 1 \times 1 = 1$

یک متر = 100 سانتی متر. پس حجم این مکعب به سانتی متر مکعب برابر است با:

سانتی متر مکعب $100 \times 100 \times 100 = 1,000,000$

پس $1 \text{ متر مکعب} = 1000 \text{ دسی متر مکعب} = 1,000,000 \text{ سانتی متر مکعب}$



واحد های اندازه گیری حجم



- میلی متر مکعب
- سانتی متر مکعب یا سی سی یا میلی لیتر
- دسی متر مکعب یا لیتر
- متر مکعب
- ۱ لیتر = ۱۰۰۰ سی سی = ۱۰۰۰ میلی لیتر = ۱۰۰۰ سانتی متر مکعب
- هر سانتی متر مکعب = ۱ سی سی
- هر دسی متر مکعب = ۱ لیتر
- هر لیتر = ۱۰۰۰ سی سی
- هر لیتر = ۱۰۰۰ میلی لیتر
- هر متر مکعب = ۱۰۰۰ لیتر

۱- دقت داشته باشید که از این الگو می توان برای تبدیل واحدهای حجم به یکدیگر استفاده کرد.

میلی متر مکعب $\xrightarrow{\times 1000}$ سانتی متر مکعب $\xrightarrow{\times 1000}$ دسی متر مکعب $\xrightarrow{\times 1000}$ متر مکعب

۲- برای تبدیل واحدهای حجم می توان از دو روش **ضرب و تقسیم** و **رسم جدول تناسب** استفاده کرد.



قبلا گفتیم برای تبدیل واحد بزرگ به واحد کوچک، از روش **ضرب** و برای تبدیل واحد کوچک به واحد بزرگ، از روش **تقسیم** استفاده می کنیم.

مثال ۱: $\frac{3}{2}$ متر مکعب چند لیتر است؟ ۳۲۰۰ لیتر

پاسخ به دو صورت به دست می آید:

الف) هر متر مکعب مساوی ۱۰۰۰ لیتر است. پس $\frac{3}{2} \times 1000 = 1500$ لیتر

ب) استفاده از جدول تناسب:

متر مکعب	۱	$\frac{3}{2}$
لیتر	۱۰۰۰	○

$$\Rightarrow \frac{1000 \times \frac{3}{2}}{1} = 1500$$

مثال ۲: مخزنی به شکل مکعب مستطیل و به ابعاد ۲ متر و ۴ دسی متر و ۵۰ سانتی متر داریم.

الف) حجم این مخزن چند دسی متر مکعب است؟

چون می خواهیم حجم را بر حسب دسی متر مکعب به دست آوریم، بهتر است ابتدا همه ی واحدها را به دسی متر تبدیل کنیم

دسی متر مکعب	۱	۴۰۰
سی سی	۱۰۰۰	۴۰۰۰۰۰

$50 \text{ سانتی متر} \Leftarrow \text{دسی متر} = 50 \div 10 = 5$ $2 \text{ متر} \Leftarrow \text{دسی متر} = 2 \times 10 = 20$

دسی متر مکعب $= 20 \times 4 \times 5 = 400$ (مخزن)

$$400 \times 1000 = 400000$$

ب) در این مخزن چند سی سی آب می توان ریخت؟

هر دسی متر مکعب = ۱۰۰۰ سی سی است. پس گنجایش این مخزن بر حسب سی سی برابر است با ۴۰۰۰۰۰ سی سی.

در مثال هایی که واحدهای داده شده با واحد پاسخ، متفاوت است، می توانیم از دو روش سوال ها را حل کنیم:

۱- ابتدا تبدیل واحد و سپس محاسبه

۲- ابتدا محاسبه و سپس تبدیل واحد



واحدهای اندازه گیری جرم

میلی گرم گرم کیلوگرم تن
 یک تن = ۱۰۰۰ کیلوگرم ۱ کیلوگرم = ۱۰۰۰ گرم ۱ گرم = ۱۰۰۰ میلی گرم

۱ گرم آب = ۱ سی سی آب

برای تبدیل واحدهای جرم می توان از این الگو استفاده کرد:

۱ کیلوگرم = ۱۰۰۰ گرم
 میلی گرم $\xrightarrow{\times 1000}$ گرم $\xrightarrow{\times 1000}$ کیلوگرم $\xrightarrow{\times 1000}$ تن
 تن $\xleftarrow{\div 1000}$ کیلوگرم $\xleftarrow{\div 1000}$ گرم $\xleftarrow{\div 1000}$ میلی گرم

- ۱- برای تبدیل واحدهای کوچک به بزرگ، باید هر قسمت را تقسیم بر ۱۰۰۰ کنیم.
- ۲- برای تبدیل واحدهای بزرگ به کوچک، باید هر قسمت را ضرب در ۱۰۰۰ کنیم.
- ۳- واحد میلی گرم بسیار کوچک است و به طور معمول در صنایع داروسازی مورد استفاده قرار می گیرد.

مثال ۱: یک تن برابر است با ۱۰۰۰,۰۰۰ گرم

گرم $\xrightarrow{\times 1000 \times 1000}$ کیلوگرم $\xrightarrow{\times 1000}$ تن
 ۱۰۰۰,۰۰۰

۱ گرم برابر است با ۰/۰۰۰۰۰۰۱ تن

تن $\xrightarrow{\div 1000 \div 1000}$ کیلوگرم $\xrightarrow{\div 1000}$ گرم
 ۰/۰۰۰۰۰۰۱

مثال ۲: ۲۷۵۳۲ کیلوگرم، چند تن است؟

واحدها کیلوگرم و تن است. پس در داخل جدول، این واحدها را قرار می دهیم و به این روش محاسبه را انجام می دهیم.

تن	۱	○
کیلوگرم	۱۰۰۰	۲۷۵۳۲

$$\text{○} = \frac{1 \times 27532}{1000} = \frac{27532}{1000} = 27 / 532 \text{ تن}$$

مثال ۳: ۸۳۹ میلی گرم چند کیلوگرم است.

کیلوگرم	۱	○
میلی گرم	۱۰۰۰۰۰۰	۸۳۹

$$\Rightarrow \text{○} = \frac{1 \times 839}{1000000} = \frac{839}{1000000} = 0/000839 \text{ کیلوگرم}$$

مثال ۴: ۵۴۸ تن چند کیلوگرم است؟

تن	۱	۵۴۸
کیلوگرم	۱۰۰۰	○

$\times 548$
 $\times 548$

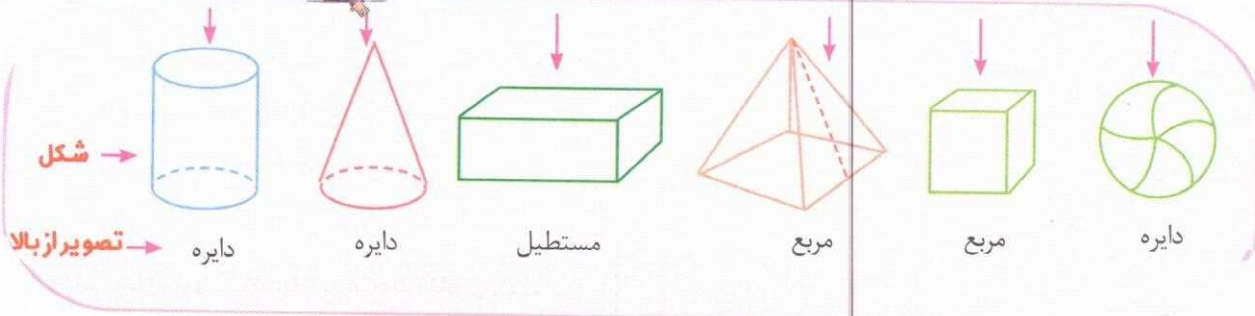
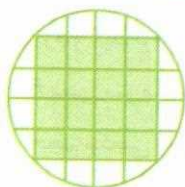
$$\text{○} = 1000 \times 548 = 548000 \text{ کیلوگرم}$$



حجم



شاید تا حالا به اشکال هندسی از زوایای مختلف نگاه کرده باشید. می دانید وقتی از بالای یک لیوان به پایین نگاه می کنیم از بالا یک دایره می بینیم. همچنین در یک مخروط، تصویر از بالا، دایره دیده می شود. به شکل های زیر دقت کنید که تصویر از بالا به چه شکل هایی دیده می شود:



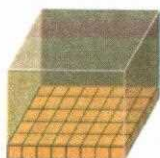
اگر کف یک استوانه را با مکعب های واحد بچینیم، شکل روبه رو، تصویر آن را از بالا نشان می دهد. (۱۶ مکعب کامل)
اگر در این استوانه ۶ لایه مکعب بچینیم، حجم استوانه چند واحد مکعب می شود؟
واحد مکعب $6 \times 16 = 84$



مکعب واحد



چیدن مکعب داخل یک حجم مکعبی یا مکعب مستطیلی خیلی راحت تر و بهتر است.



اگر کف یک کارتن کفش را با همین مکعب ها، یک ردیف بچینیم، حجم کل مکعب های کف، چه قدر است؟

$$40 = 8 \times 5 = \text{مساحت کف کارتن}$$

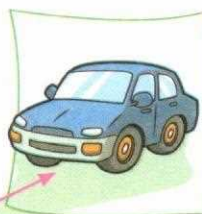
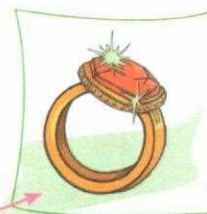
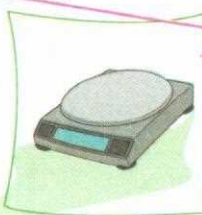
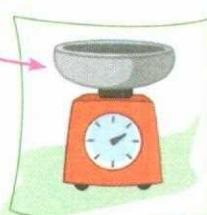
$$40 = 8 \times 5 \times 1 = \text{حجم مکعب های کف}$$

وسایل و اجسام مختلف را با وسایل خاصی اندازه گیری می کنند.

مثلا طلا را با ترازوهای مخصوص با دقت کمتر از ۱ گرم و با واحد گرم اندازه می گیرند.

جرم کامیون را به وسیله ی باسکول و با واحد تن اندازه می گیرند.

به تصاویر ردیف اول دقت کنید. هر یک به وسیله ی مناسب برای اندازه گیری خود در ردیف پایین متصل شده است.



تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- ☒ نادرست ☐ درست
☒ نادرست ☐ درست
☒ نادرست ☐ درست
☒ نادرست ☐ درست
☐ نادرست ☒ درست

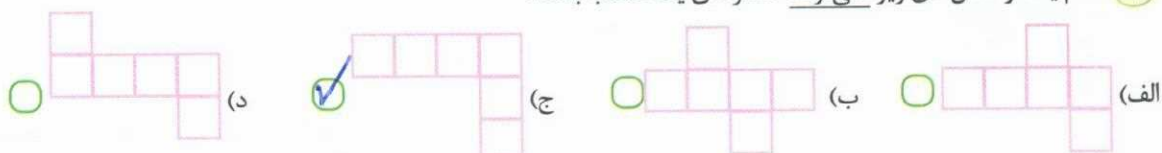
- ۱ جرم ۱ سی سی آب تقریباً معادل ۱۰۰۰ گرم است.
 ۲ مساحت مربعی که هر ضلع آن ۱۰۰۰ متر باشد، یک هکتار است.
 ۳ حجم یک بطری نوشابه ۱۵۰۰ متر مکعب است.
 ۴ اندازه گیری وزن انسان با واحد تن می‌باشد.
 ۵ هر متر مکعب برابر ۱ میلیون سانتی متر مکعب است.

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

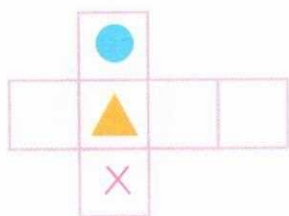
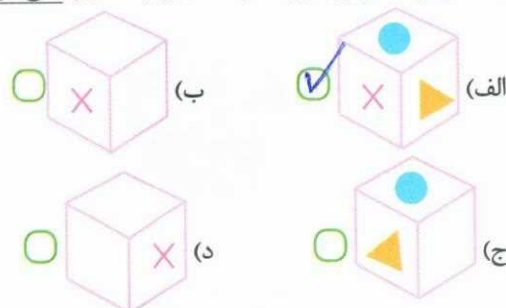
- ۱ گرم و کیلوگرم از واحدهای اندازه گیری است.
 ۲ ۶ دسی متر مکعب برابر با سی سی است.
 ۳ حجم مکعبی به ابعاد ۴ سانتی متر برابر است با دسی متر مکعب.

ج) گزینه‌ی درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

- ۱ ۳ کیلومتر مربع، چند متر مربع است؟
 الف) ۳۰۰۰۰ متر مربع ب) ۳۰۰۰۰۰ متر مربع ج) ۳۰۰۰۰۰۰ متر مربع د) ۳۰۰۰۰۰۰۰ متر مربع
 ۲ کدام یک از شکل‌های زیر نمی‌تواند گسترده‌ی یک مکعب باشد؟



- ۳ کدام یک از موارد زیر مقدار بزرگ‌تر و بیشتری را نشان می‌دهد؟
 الف) ۲ هکتار ب) ۱۷۰۰۰ متر مربع ج) ۰/۰۱۹۵ کیلومتر مربع د) ۲۰۰۰۰۱ دسی متر مربع
 ۴ با تا کردن شکل روبه رو کدام مکعب زیر تشکیل نمی‌شود؟





۵ کدام یک از جمله‌های زیر درست است؟

الف) جرم سعید $0/9$ تن است. ☐

ب) جرم انگشتر مادر سعید، 2 گرم است. ☒

ج) گنجایش یک سماور 140 دسی متر مکعب است. ☐

د) برای اندازه گیری جرم یک عروس هلندی از واحد تن استفاده می‌شود. ☐

(د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

۱ برای اندازه‌های (قسمت الف) یک مثال مناسب و برای جمله‌های (قسمت ب)، واحد مناسب قرار دهید.

(الف)

۲۸ کیلوگرم: جرم یک کودک
۱/۵ گرم: جرم یک پاک‌کن
۸ تن: جرم یک کامیون
۱۳ متر مکعب: حجم یک قرن آب

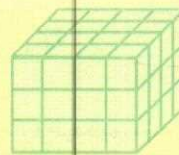
(ب)

حجم یک خودکار $7/5$ میلی لیتر است.
گنجایش یک لیوان آب 150 سی سی است.
جرم یک تلویزیون 7 کیلوگرم است.
حجم یک جعبه‌ی دستمال کاغذی، 2 دسی متر مکعب است.

۱ متر مکعب =

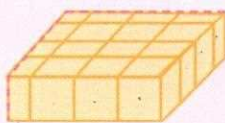
۲ با توجه به واحد حجمی روبه رو، حجم هر یک از شکل‌های زیر را مشخص کنید.

(الف)



حجم = 48 متر مکعب = 48000000 سانتی متر مکعب

(ب)



حجم = $12 \frac{1}{4}$ متر مکعب = 12250000 سانتی متر مکعب
 $12,25 \times 1000000 = 12250000$

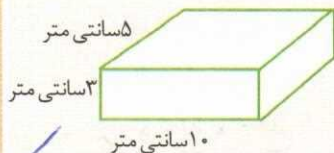
۱۲۵ برابر

۳ اگر اندازه‌ی اضلاع مکعبی را ۵ برابر کنیم، حجم آن چند برابر می‌شود؟
 $125 \times \text{ضلع} \times \text{ضلع} \times \text{ضلع} = (5 \times \text{ضلع}) \times (5 \times \text{ضلع}) \times (5 \times \text{ضلع}) = 125 \times \text{ضلع} \times \text{ضلع} \times \text{ضلع}$
حجم مکعب = $5 \times 5 \times 5 = 125$ برابر

۴ حجم شکل مقابل را بر حسب متر مکعب به دو روش محاسبه کنید.

ارتفاع $\times$ عرض $\times$ طول = حجم مکعب مستطیل

محاسبه و تبدیل واحد:



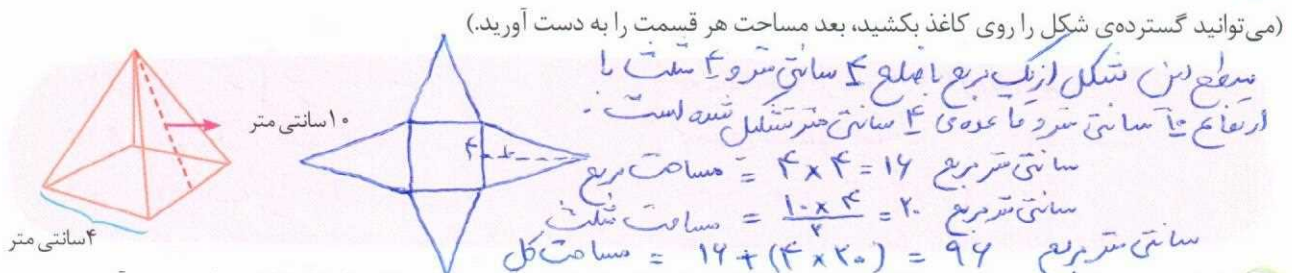
محاسبه و تبدیل واحد:
طول = 10 متر
عرض = 5 متر
ارتفاع = 3 متر
حجم = $10 \times 5 \times 3 = 150$ متر مکعب
حجم بر حسب متر مکعب = $150 \div 1000000 = 0/00015$

تبدیل واحد و محاسبه:
طول = 10 متر = 1000000 سانتی متر
عرض = 5 متر = 500000 سانتی متر
ارتفاع = 3 متر = 300000 سانتی متر
حجم = $1000000 \times 500000 \times 300000 = 150000000000$ سانتی متر مکعب

- ۵ حجم مکعب مستطیلی ۶۹۳ سانتی متر مکعب است. اگر طول مکعب مستطیل ۱۱ سانتی متر و ارتفاع آن ۹ سانتی متر باشد.
 الف) عرض مکعب مستطیل را به دست آورید.
 ب) مساحت این مکعب مستطیل را محاسبه کنید.

ارتفاع $\times$ عرض $\times$ طول = حجم مکعب مستطیل
 $993 = 11 \times \square \times 9 \rightarrow 993 = 99 \times \square$
 سانتی متر $\square = \text{عرض} = 993 \div 99 = 7$

- ۶ برای ساختن یک جعبه‌ی مقوایی مانند شکل زیر، به چه مقدار مقوا نیاز داریم؟



- ۷ طول و عرض یک کلاس به ترتیب ۴ و ۵ متر است. اگر گنجایش این کلاس ۶۰ متر مکعب باشد، ارتفاع کلاس را به دست آورید.

(در صورت جایگزینی تغییر ابعاد نشود) عرض $\times$ ارتفاع $\times$ طول = حجم مکعب مستطیل
 $60 = 4 \times 5 \times \square \rightarrow 60 = 20 \times \square$
 متر $\square = \text{ارتفاع} = 60 \div 20 = 3$

- ۸ درون جا شکلاتی استوانه‌ای، ۱۰ ردیف شکلات (به شکل مکعب به ضلع ۱۵ میلی متر) چیده‌ایم. در هر ردیف ۲۰ شکلات قرار گرفته است.

حجم تقریبی این جا شکلاتی چند سانتی متر مکعب است.
 حجم مکعب = ضلع $\times$ ضلع $\times$ ضلع $\times$ ارتفاع
 حجم هر شکلات $15 \times 15 \times 15 = 3375$
 حجم جا شکلاتی $3375 \times 10 = 33750$
 سانتی متر مکعب $33750 \div 1000 = 33.75$

- ۹ پدر سعید برای تولد سعید، یک کیک مکعبی به ابعاد ۲۰ سانتی متر خرید. در شب تولد او مقداری از کیک خورده شد و ۳ تکه از آن باقی

ماند. اگر جرم هر تکه (به اندازه‌ی ۱ دسی متر مکعب)، ۲۵۰ گرم باشد،

الف) جرم اولیه کیک چند کیلوگرم بوده است؟

ب) چند گرم از کیک خورده شده و چند گرم باقی مانده است؟

ج) مقدار کیک خورده شده و مقدار کیک باقی مانده را بر حسب سانتی متر مکعب به دست آورید.
 حجم مکعب = ضلع $\times$ ضلع $\times$ ضلع
 حجم کل کیک (سانتی متر مکعب) $20 \times 20 \times 20 = 8000$
 حجم کیک (دسی متر مکعب) $8000 \div 1000 = 8$

الف) جرم کل کیک $8 \times 250 = 2000$ گرم

ب) کیک خورده شده $3 \times 250 = 750$ گرم

ج) کیک خورده شده $3 \times 1000 = 3000$ سانتی متر مکعب
 کیک خورده شده $5 \times 1000 = 5000$ سانتی متر مکعب



۱۰ جدول های زیر را کامل کنید.

هکتار	۱	۵/۴
متر مربع	۱۰۰۰۰	۵۰۰۰

کیلومتر مربع	۱	۰/۰۰۸
متر مربع	۱۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰

دسی متر مکعب	۱۰۰۰	۲۵۰۰
متر مکعب	۱	۲/۵

لیتر	۱	۸۰
دسی متر مکعب	۱	۸۰

میلی گرم	۱۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰۰۰۰۰
کیلوگرم	۱	۸۰

عرض $\times$ طول = مساحت مستطیل

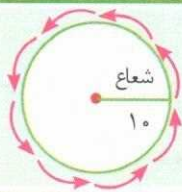
۱۱ مساحت گسترده ی مکعب مستطیل روبه رو را به دست آورید.

(واحدها بر حسب سانتی متر است)

$(8 \times 3) \times 2 = 48$ سانتی متر مربع
 $(8 \times 4) \times 2 = 64$ سانتی متر مربع
 $(3 \times 4) \times 2 = 24$ سانتی متر مربع
 مساحت کل = $48 + 64 + 24 = 136$ سانتی متر مربع

مساحت دایره

سال گذشته آموختید که محیط دایره از حاصل ضرب قطر در عدد پی ($3/14$) به دست می آید.

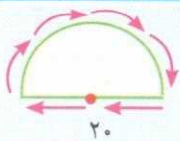


عدد پی $\times$ قطر = محیط دایره

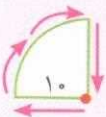
$$2 \times 3/14 \times 20$$

$$\text{محیط دایره } 20/80 = 62/14 \times 3/14 \times (2 \times 10)$$

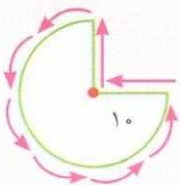
و همچنین برای بدست آوردن محیط قسمت هایی از دایره، به این صورت عمل می کنیم:



$$\text{محیط نیم دایره } \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{(\text{عدد پی} \times \text{قطر})}{2} + \text{قطر دایره} \Rightarrow \left(\frac{20 \times 3/14}{2} \right) + 20 = 51/4$$



$$\text{محیط } \frac{1}{4} \text{ دایره } \left(\frac{1}{4} \right) = \frac{(\text{عدد پی} \times \text{قطر})}{4} + \text{شعاع} + \text{شعاع} \Rightarrow \left(\frac{20 \times 3/14}{4} \right) + 10 + 10 = 35/7$$



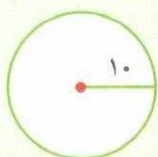
$$\text{محیط } \frac{3}{4} \text{ دایره } \left(\frac{3}{4} \right) = \frac{3}{4} \times \text{قطر} \times \text{عدد پی} + \text{شعاع} + \text{شعاع} \Rightarrow \frac{3}{4} \times 20 \times 3/14 + 10 + 10 = 67/1$$

انتشارات گراد



در کتاب ریاضی نحوه‌ی به دست آوردن مساحت دایره، کامل توضیح داده شده است. مساحت دایره را می‌توان با توجه به مساحت مستطیل و متوازی الاضلاع به دست آورد.

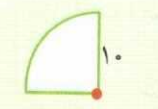
برای محاسبه‌ی محیط و مساحت دایره، به عددی تقریباً برابر با $3/14$ نیاز داریم که به آن عدد پی می‌گویند و با علامت π نشان داده می‌شود.



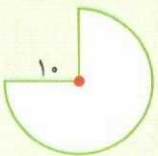
مساحت دایره $(3/14) \times (10 \times 10) = 314$ مساحت دایره = شعاع $\times$ شعاع $\times$ عدد پی



مساحت نیم دایره $= \frac{(10 \times 10) \times 3/14}{2} = 157$ مساحت نیم دایره = $\frac{\text{شعاع} \times \text{شعاع} \times 3/14}{2}$



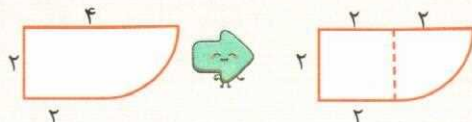
مساحت ربع دایره $= \frac{10 \times 10 \times 3/14}{4} = 78/5$ مساحت ربع دایره = $\frac{\text{شعاع} \times \text{شعاع} \times 3/14}{4}$



مساحت سه چهارم دایره $= \frac{3}{4} \times (10 \times 10 \times 3/14) = 235/5$ مساحت سه چهارم دایره = $\frac{3}{4} \times (\text{شعاع} \times \text{شعاع} \times \text{عدد پی})$

شکل‌های ترکیبی

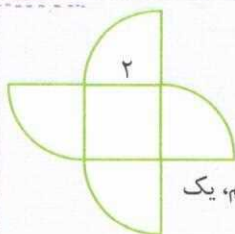
این شکل از یک مربع و $\frac{1}{4}$ دایره تشکیل شده است. پس مساحت این دو شکل را باید به دست آورده و با هم جمع کنیم.



مساحت مربع $= 2 \times 2 = 4$

مساحت $\frac{1}{4}$ دایره $= \frac{2 \times 2 \times 3/14}{4} = \frac{12/56}{4} = \frac{3/14}{4}$

مساحت کل شکل $= 4 + 3/14 = 7/14$



مساحت کل شکل = مساحت مربع + مساحت ربع دایره $\times 4$

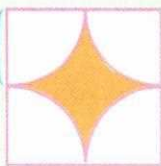
$(2 \times 2) + (2 \times 2 \times 3/14) = 12/56$

$4 + 12/56 = 16/56$

این شکل، در واقع از یک مربع و 4 ربع دایره تشکیل شده است. که اگر 4 تا ربع دایره را کنار هم قرار دهیم، یک دایره‌ی کامل تشکیل می‌شود.



۱۰



این شکل در نگاه کلی یک مربع است که ۴ تا ربع دایره گوشه‌های آن را پوشانده و سفید هستند و قسمت رنگی در وسط شکل قرار گرفته است.

برای محاسبه‌ی مساحت قسمت رنگی، ابتدا باید مساحت شکل اصلی یعنی مربع بزرگ را به دست آورده و سپس مساحت ۴ تا ربع دایره (یک دایره کامل) را به دست آورد، سپس مساحت ربع‌های دایره را از مساحت

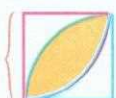
$$\text{مساحت مربع} = 20 \times 20 = 400$$

مربع کم کرده تا مساحت قسمت رنگی به دست آید.

$$314 = 10 \times 10 \times 3.14 = \text{عدد پی} \times \text{شعاع} \times \text{شعاع} = \text{مساحت ۴ ربع دایره (دایره کامل)}$$

$$86 = 400 - 314 = \text{مساحت دایره} - \text{مساحت مربع} = \text{مساحت قسمت رنگی}$$

۱۰



+



برای به دست آوردن مساحت شکل روبه رو با دو روش می‌توان محاسبه کرد.

روش اول: این شکل از روی هم قرار گرفتن دو ربع دایره به وجود آمده است.

مانند این است که گلبهرگی درون این مربع جای گرفته است.

پس ابتدا مساحت دو ربع دایره را به دست می‌آوریم.

اگر مثلث ۱ و ۲ را بهم بچسبانیم یک مربع تشکیل می‌شود (شکل اصلی). بنابراین مساحت مربع را هم به دست می‌آوریم.

حالا مساحت مربع را از مساحت دو ربع دایره کم می‌کنیم.

$$157 = \frac{314}{2} = \frac{10 \times 10 \times 3.14}{2} = \frac{\text{عدد پی} \times \text{شعاع} \times \text{شعاع}}{2} = \text{مساحت دو ربع دایره (نیم دایره)}$$

$$100 = 10 \times 10 = \text{خودش} \times \text{یک ضلع} = \text{مساحت مربع}$$

$$57 = 157 - 100 = \text{مساحت گلبهرگی}$$



روش دوم: هر ربع دایره از یک مثلث قائم الزاویه و یک نیم هلال تشکیل شده است.

یک گلبهرگ هم از دو نیم هلال تشکیل شده است. پس کافی است مساحت ربع دایره منهای مساحت مثلث شود تا مساحت یک نیم هلال به دست آید.

سپس حاصل جمع مساحت دو نیم هلال را به دست آوریم تا مساحت یک هلال کامل به دست آید.

۱۰



$$78.5 = \frac{314}{4} = \frac{10 \times 10 \times 3.14}{4} = \frac{\text{عدد پی} \times \text{شعاع} \times \text{شعاع}}{4} = \left(\frac{1}{4} \text{ دایره} \right) \text{ مساحت ربع دایره}$$

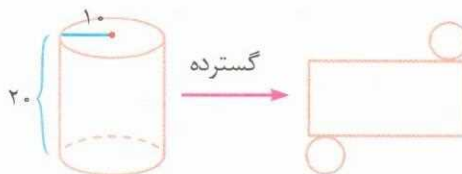
$$50 = \frac{10 \times 10}{2} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \text{مساحت مثلث}$$

$$28.5 = 78.5 - 50 = \text{مساحت ربع دایره} - \text{مساحت مثلث} = \text{مساحت نیم گلبهرگ}$$

$$57 = 28.5 + 28.5 = \text{مساحت گلبهرگ (قسمت رنگی)} \text{ (دو نیم هلال)}$$

مساحت گسترده‌ی استوانه

استوانه هم مانند مکعب مربع و مکعب مستطیل از حجم‌های فضایی است. استوانه از یک مستطیل و دو دایره ساخته می‌شود. برای به دست آوردن مساحت استوانه، باید ابتدا مساحت جانبی را به دست آورد. به شکل زیر دقت کنید:



$$\text{مساحت استوانه} = (\text{مساحت جانبی}) + (2 \times \text{مساحت کف یا سقف})$$

مساحت مستطیل

مساحت دایره

با توجه به گسترده‌ی استوانه، می‌بینید که محیط دایره برابر با یکی از اضلاع مستطیل می‌باشد.

محیط دایره = طول مستطیل

عدد پی $\times$ قطر = محیط دایره

محیط دایره یا طول مستطیل $62.8 / 8 \times 20 = 62.8$

$62.8 \times 20 = 1256$ عرض $\times$ طول = مساحت مستطیل (مساحت جانبی)

$3/14 \times \text{شعاع} \times \text{شعاع}$ (دایره) مساحت کف یا سقف استوانه

$$\Rightarrow 10 \times 10 \times 3/14 = 100 \times 3/14 = 314$$

مساحت سقف و کف استوانه $314 \times 2 = 628$

مساحت استوانه = مساحت سقف و کف استوانه + مساحت جانبی یا مساحت مستطیل

$$1256 + 628 = 1884$$



تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- | | |
|--|--|
| ☒ نادرست | ☐ درست |
| ☒ نادرست | ☐ درست |
| ☐ نادرست | ☒ درست |
| ☐ نادرست | ☒ درست |

۱ مجموع دو شعاع $\times$ عدد پی برابر با مساحت دایره است.

۲ عدد پی از حاصل تقسیم محیط دایره بر شعاع آن به دست می‌آید.

۳ اگر $\frac{1}{4}$ دایره‌ای رنگی باشد، یعنی زاویه‌ی قسمت رنگی، 90° درجه است.

۴ هر قطر دایره از دو شعاع تشکیل شده است.

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

۱ اگر شعاع دایره‌ای را ۲ برابر کنیم مساحت آن ۴ برابر می‌شود.

۲ گسترده‌ی یک استوانه از یک مستطیل و دو دایره تشکیل شده است.

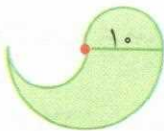
۳ از حاصل ضرب قطر دایره در عدد پی محیط دایره به دست می‌آید.

گروه آموزشی گراد



ج) گزینه‌ی درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

- ۱) مساحت دایره‌ای به شعاع ۲ سانتی‌متر چند سانتی‌متر مربع است؟
 الف) $12/56$ سانتی‌متر مربع ☒
 ب) $2/28$ سانتی‌متر مربع ☐
 ج) $1/256$ سانتی‌متر مربع ☐
 د) $62/8$ سانتی‌متر مربع ☐



۲) محیط و مساحت قسمت رنگی شکل مقابل به ترتیب (از راست به چپ) کدام است؟

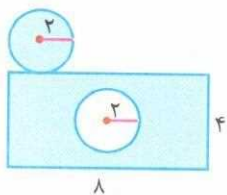
- الف) $94/2$ و 157 ☐
 ب) $31/40$ و 157 ☐
 ج) $62/80$ و 157 ☒
 د) $94/2$ و 314 ☐

۳) اگر مقدار عددی محیط و مساحت دایره‌ای با هم برابر باشد، شعاع دایره چه قدر است؟

- الف) $3/14$ ☐
 ب) 4 ☐
 ج) $12/56$ ☐
 د) 2 ☒

۴) برای به دست آوردن مساحت قسمت رنگی شکل مقابل، کافی است:

- الف) مساحت دایره و مستطیل را جمع کنیم. ☐
 ب) فقط مساحت دایره‌ها را حساب کنیم. ☐
 ج) فقط مساحت مستطیل را حساب کنیم. ☒
 د) فقط مساحت دایره بیرونی را حساب کنیم. ☐



د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

۱) محیط و مساحت هر یک از شکل‌های زیر را به دست آورید: (در قسمت د فقط مساحت را به دست آورید).
 خودش $\times$ ضلع $\times$ مساحت مربع $\times$ عددی $\times$ شعاع $\times$ ارتفاع $\times$ مساحت دایره $\times$ عددی $\times$ قطر $\times$ محیط دایره

الف) $\frac{1}{4} \times 10 \times 3,14 + 10$
 محیط ربع دایره = $17,85$

مساحت ربع دایره = $\frac{1}{4} \times 10 \times 10 \times 3,14 = 7,85$

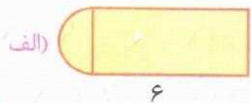
ج) $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times 3,14 = 25,12$
 مساحت نیم دایره = $25,12$
 محیط نیم دایره = $2 \times 3,14 = 6,28$
 مساحت کل = $25,12 + 6,28 = 31,4$

ب) $2 \times 2 \times 3,14 = 12,56$
 مساحت ربع دایره = $12,56$
 مساحت مربع = $2 \times 2 = 4$
 مساحت دایره بیرونی = $2 \times 10 \times 10 \times 3,14 = 628$
 شعاع: 10 سانتی‌متر

د) $\frac{1}{2} \times 2,4 \times 2,4 \times 3,14 = 2,88$
 مساحت ربع دایره = $2,88$
 مساحت مربع = $2,4 \times 2,4 = 5,76$
 مساحت کل = $2,88 + 5,76 = 8,64$

۲) مساحت قسمت‌های رنگی شکل‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{1}{4} \times 2 \times 2 \times 3,14 = 3,14$
 مساحت ربع دایره = $3,14$



مستطیل = $4 \times 6 = 24$
 مساحت کل = $3,14 + 24 = 27,14$

مساحت لایه رنگ → بر طبق جدول ۱۲۳

ب) $\text{مساحت کل دایره} = 3/5 \times 3/5 \times 3.14 = 34.75$
 $\text{مساحت دایره کوچک} = 1.75 \times 1.75 \times 3 = 9.1875$
 $\text{مساحت کل رنگ} = 34.75 - 9.1875 = 25.5625$

ج) $\text{مساحت مربع} = 10 \times 10 = 100$
 $\text{مساحت دایره نیم دایره} = 10.7 \times 10.7 = 114.49$
 $\text{مساحت کل رنگ} = 114.49 - 100 = 14.49$

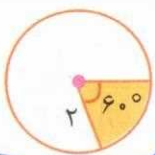
د) $\text{مساحت دایره نیم دایره} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times 3.14 = 25.12$
 $\text{مساحت دایره کوچک} = 2 \times 2 \times 3.14 = 12.56$
 $\text{مساحت کل} = 25.12 + 12.56 = 37.68$

ه) $\text{مساحت مربع} = 6 \times 6 = 36$
 $\text{مساحت دایره کوچک} = 2.5 \times 2.5 \times 3.14 = 19.625$
 $\text{مساحت کل رنگ} = 36 - 19.625 = 16.375$



۳ با توجه به سوال (۲) توضیح دهید نحوه محاسبه مساحت قسمت رنگی شکل های (الف - د - و) چه تفاوتی با نحوه محاسبه مساحت قسمت رنگی شکل های (ج - ب - ه) دارد؟

در قسمت های (الف - د - و) تا آنکه رنگی است را باید از محاسبه مساحت هر قسمت، همه را با هم جمع کنیم تا مساحت رنگی به دست بیاید. اما در سایر قسمت ها فقط بخشی از شکل رنگی است که باید یعنی از محاسبه مساحت هر قسمت، مساحت قسمت رنگی را از مساحت کل کم کنیم تا مساحت رنگی به دست بیاید.



۴ با توجه به شکل زیر:

الف) چه کسری از دایره رنگی است؟

ب) مساحت قسمت رنگی را به دست آورید. (عدد پی را ۳ در نظر بگیرید). $\frac{360}{60} = 6 \rightarrow \frac{360}{6} = 60$ مساحت رنگی $\rightarrow \frac{1}{6}$ از دایره رنگی است.

ب) $\text{مساحت رنگی} = \frac{1}{6} \times 2 \times 2 \times 3.14 = 2$

۵ یک استوانه رسم کنید که شعاع سقف آن ۱۰ سانتی متر و ارتفاع جانبی آن ۴۰ سانتی متر باشد. مساحت گسترده ای این استوانه را به دست آورید.

مساحت سقف مربع $= (10 \times 10 \times 3.14) \times 2 = 428$
 مساحت سقف دایره $= 20 \times 3.14 = 62.8$
 مساحت مستطیل جانبی $= 40 \times 62.8 = 2512$
 مساحت گسترده استوانه $= 2512 + 428 = 2940$

مساحت مستطیل جانبی $= 40 \times 62.8 = 2512$
 مساحت گسترده استوانه $= 2512 + 428 = 2940$



۶ پدر آذر بعد از بازنشستگی شروع به کشاورزی کرده است. او در باغ خود، قسمتی را اختصاص به کاشت توت‌فرنگی داده است. شعاع دایره‌ی باغچه توت‌فرنگی $\frac{5}{3}$ متر می‌باشد. پدر آذر برای وارد نشدن مرغ و خروس‌هایش به آنجا، می‌خواهد دور باغچه‌ی توت‌فرنگی را توری بکشد. (الف) پدر آذر چند متر توری نیاز دارد؟

(ب) اگر عرض توری‌ها $\frac{1}{5}$ متر باشد مساحت کل توری برای دور باغچه‌ی توت‌فرنگی چه قدر می‌شود؟

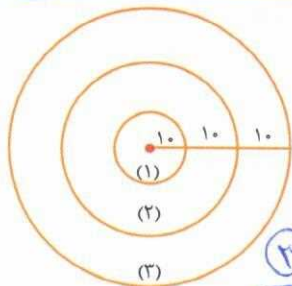
(ج) پدر آذر چند متر مربع از زمینش را به کاشت توت‌فرنگی اختصاص داده است؟

متر $10,6 \times 3,14 = 33,284$ $\rightarrow$ عرض $\times$ قطر = محیط دایره (الف)

مربع $1,5 \times 33,284 = 49,926$ مساحت توری $\rightarrow$ عرض $\times$ طول = مساحت مستطیل (ب)

مربع $5,3 \times 5,3 \times 3,14 = 88,206$ مساحت زمین توت‌فرنگی (ج)

۷ با توجه به شکل مقابل مساحت قسمت (۳) چند برابر مساحت قسمت (۲) است؟



(نقطه‌ی قرمز مرکز هر ۳ دایره است) $(10 \times 10 \times 3,14) - (20 \times 20 \times 3,14) = 1256 - 1256 = 942$ مساحت (۲)

$(30 \times 30 \times 3,14) - (20 \times 20 \times 3,14) = 2826 - 1256 = 1570$ مساحت (۳)

$\frac{\text{مساحت (۳)}}{\text{مساحت (۲)}} = \frac{1570}{942} \approx 1,6$

۸ مساحت شکل‌های زیر را به دست آورید.

(الف) $4,3 \times 4,3 \times 3,14 = 57,0586$ مساحت = $57,0586$

(ب) $\frac{1}{2} \times 2,5 \times 2,5 \times 3,14$ مساحت = $9,8125$

(ج) $\frac{1}{4} \times 1,5 \times 1,5 \times 3,14$ مساحت = $1,76625$

(د) $\frac{3}{4} \times 5 \times 5 \times 3,14$ مساحت = $58,875$

۹ محیط شکل‌های زیر را به دست آورید.

(الف) عرض $\times$ قطر = محیط دایره $1,5 \times 2 = 3$ $3 \times 3,14 = 9,42$ محیط

(ب) $\frac{1}{2} \times 10 \times 3,14 = 15,7$ $15,7 + 10 = 25,7$ محیط

(ج) $\frac{1}{4} \times 20 \times 3,14 = 15,7$ $15,7 + 10 + 10 = 35,7$ محیط

(د) $\frac{3}{4} \times 12 \times 3,14 = 33,912$ $33,912 + 6 + 6 = 45,912$ محیط

خط و زاویه



نقطه: به اولین اثر برخورد قلم بر صفحه یا اولین اثر گچ بر تخته، نقطه گفته می‌شود.

در ابتدای مبحث، چند مطلب را که قبلاً آموخته‌اید، یادآوری می‌کنیم:

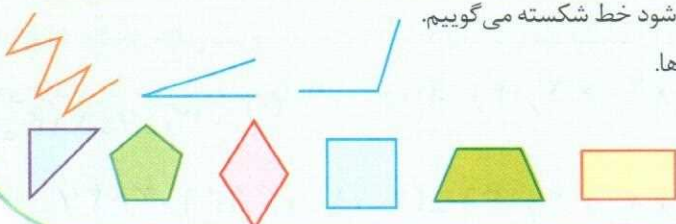
خط: به بی‌شمار نقطه که به دنبال هم (در یک امتداد) قرار می‌گیرند و ابتدا و انتها ندارد، خط گفته می‌شود.



انواع خط

۱- خط شکسته: به خطی که از نقطه‌ای دچار شکستگی شود خط شکسته می‌گوییم.

(الف) خط‌های شکسته گاهی باز هستند مانند انواع زاویه‌ها.

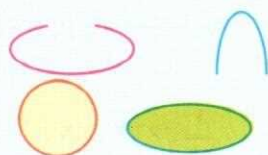


(ب) یا بسته هستند مانند: چند ضلعی‌ها.

۲- خط‌های خمیده:

(الف) خط‌های خمیده می‌توانند باز باشند مانند:

(ب) خط‌های خمیده می‌توانند مانند بیضی یا دایره بسته باشند.



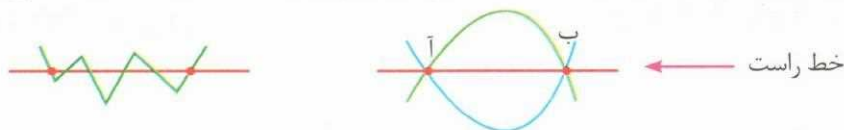
پاره خط: بخشی از یک خط است که دو انتهای آن بسته است.

نیم خط: خطی که یک طرف آن باز است و تا بی‌نهایت ادامه می‌یابد و یک طرف آن بسته است.



فاصله‌ی دو نقطه از هم

می‌دانید که از دو نقطه، بی‌شمار خط (خط خمیده و خط شکسته) می‌گذرد؛ ولی از دو نقطه فقط یک خط راست می‌تواند عبور کند.

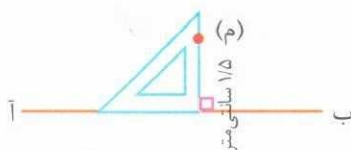


اگر بخواهیم فاصله‌ی دو نقطه را مشخص کنیم، کوتاه‌ترین فاصله، قسمتی از همان **خط راست** است که از دو نقطه عبور می‌کند و در بین دو نقطه قرار دارد و در واقع پاره خط، بین آن دو نقطه است.

فاصله‌ی نقطه از خط

اگر بخواهیم کوتاه‌ترین فاصله‌ی یک نقطه از یک خط را مشخص کنیم، باید از آن نقطه خطی عمود بر آن خط، یا امتداد آن خط، رسم کنیم. برای رسم پاره خط عمود از یک نقطه بر یک خط می‌توان از گونیا استفاده کرد.

در شکل مقابل، فاصله‌ی نقطه‌ی (م) از خط (آ) (ب) $\frac{1}{5}$ سانتی‌متر است.



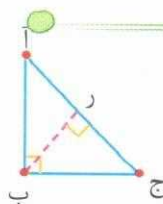


نکته



کوتاهترین فاصله‌ی نقطه از خط برابر است با طول پاره‌خطی که از آن نقطه بر خط عمود می‌شود.

نحوه‌ی رسم ارتفاع در مثلث



در هر مثلث از تمامی رأس‌ها پاره‌خطی بر ضلع مقابل آن عمود می‌شود که همان ارتفاع مثلث می‌باشد. و ضلعی که ارتفاع بر آن عمود می‌شود، قاعده‌ی مربوط به آن ارتفاع است.

ارتفاع در هر مثلث متفاوت است گاهی ارتفاع همان ضلع مثلث است که در مثلث قائم الزاویه این مورد دیده می‌شود. از رأس (آ) پاره خط (آ، ب) بر ضلع (ج، ب) عمود شده است پس (آ، ب) ارتفاع عمود بر قاعده‌ی (ج، ب) می‌باشد. (ج، ب) ارتفاع عمود بر قاعده‌ی (آ، ب) می‌باشد. ولی از رأس (ب) پاره خط عمود بر (آ، ج) باید با گونیا رسم شود. پاره خط (ب، ر) ارتفاع قاعده‌ی (آ، ج) است.

نکته

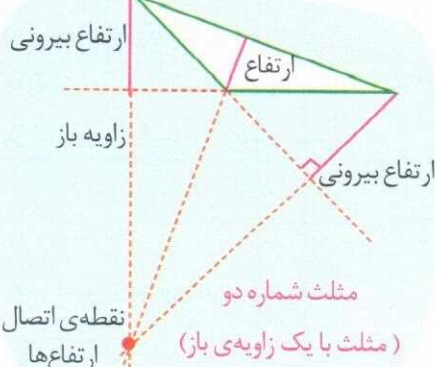


هر مثلث سه ارتفاع دارد که همگی آن‌ها در یک نقطه، در داخل یا خارج از مثلث، یکدیگر را قطع می‌کنند.

نقطه‌ی اتصال ارتفاع‌ها

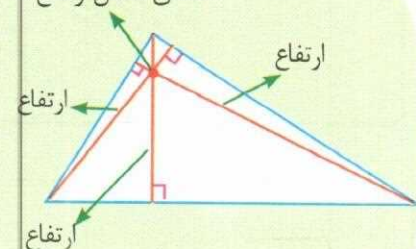


مثلث شماری سه
(مثلث قائم الزاویه)



مثلث شماری دو
(مثلث با یک زاویه باز)

نقطه‌ی اتصال ارتفاع‌ها



مثلث شماری یک (با سه زاویه تندی)

نکته



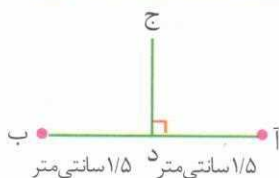
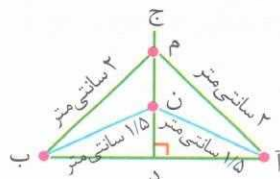
گاهی اوقات ارتفاع مثلث، داخل شکل قرار دارد، مانند مثلث شماری (۱)
گاهی اوقات بعضی ارتفاع‌ها خارج از شکل واقع می‌شوند، مانند مثلث شماری (۲) که دو ارتفاع آن بیرونی می‌باشند.
گاهی اوقات ارتفاع، همان اضلاع مثلث می‌باشد مانند مثلث شماری (۳)

عمود منصف

به شکل روبه رو دقت کنید:

خط (ج، د) بر پاره خط (آ، ب) عمود شده، از وسط پاره خط گذشته و پاره خط را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده است. به خط (ج، د) عمود منصف می‌گویند.

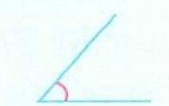
الف) عمود منصف: خطی است که از وسط یک پاره خط بگذرد و بر آن عمود باشد و آن را به دو نیمه‌ی مساوی تقسیم کند.
ب) هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط، از دو سر آن پاره خط، به یک فاصله است.
در شکل روبه رو، فاصله‌ی نقطه‌ی (م) تا نقطه‌ی (ب) با فاصله‌ی نقطه‌ی (م) تا نقطه‌ی (آ) مساوی و ۲ سانتی‌متر است.



انتشارات گراد

انواع زاویه

همانطور که می‌دانید دو نیم خط، با مبدأ مشترک، که از هم باز شوند، زاویه را به وجود می‌آورند. زاویه‌ها انواع گوناگون دارند:



زاویه تند (حاده)



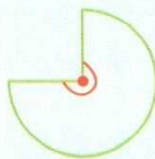
زاویه قائمه (راست)



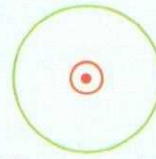
زاویه باز (منفرجه)



زاویه نیم صفحه (۱۸۰ درجه)



زاویه کاو (بیشتر از ۱۸۰ درجه)



زاویه تمام صفحه (۳۶۰ درجه)



۱- زاویه تند از زاویه ۹۰ درجه (راست) کوچکتر است.

۲- زاویه باز از زاویه ۹۰ درجه (راست) بزرگتر و از زاویه نیم صفحه کوچکتر است.

۳- زاویه نیم صفحه < زاویه باز < زاویه راست < زاویه تند



نیمساز

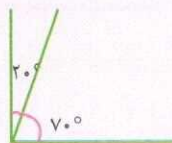


خطی است که از رأس شروع شده و زاویه را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند.

حالت‌های دو زاویه نسبت به هم

۱- **دو زاویه متمم:** هر دو زاویه‌ای که مجموع آن‌ها ۹۰ درجه باشد، متمم یکدیگر هستند.

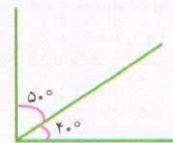
دو زاویه ۲۰ درجه و ۷۰ درجه متمم یکدیگرند.



$$20^\circ + 70^\circ = 90^\circ$$



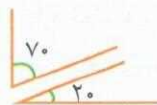
$$80^\circ + 10^\circ = 90^\circ$$



$$50^\circ + 40^\circ = 90^\circ$$



دو زاویه متمم، می‌توانند جدا باشند.

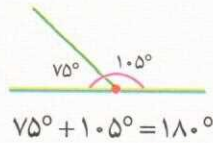
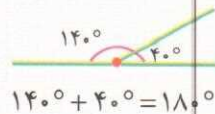


$$20^\circ + 70^\circ = 90^\circ$$





۲- دوزاویه‌ی مکمل: دو زاویه که مجموع آنها 180° درجه باشد، مکمل یکدیگر هستند.



$$130^\circ + 50^\circ = 180^\circ$$

دو زاویه‌ی مکمل، می‌توانند جدا باشند.



به مثال زیر توجه کنید:

اگر بخواهیم اندازه‌ی دو زاویه‌ی مکمل که یکی از آن‌ها اندازه‌اش ۴ برابر زاویه‌ی دیگری است را بدست بیاوریم؛

$$4 + 1 = 5$$

ابتدا باید 180° درجه را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کنیم، سپس:

$$180 \div 5 = 36$$

اندازه‌ی زاویه‌ی کوچک‌تر

$$36 \times 4 = 144$$

اندازه‌ی زاویه‌ی بزرگ‌تر

اختلاف متمم و مکمل هر زاویه‌ای 90° درجه است. برای مثال متمم زاویه‌ی 30° درجه برابر 60° درجه و مکمل آن برابر 150° درجه

$$90 - 30 = 60$$

متمم زاویه 30° درجه

$$180 - 30 = 150$$

مکمل زاویه 30° درجه

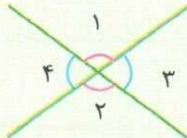
اختلاف مکمل و متمم

$$150 - 60 = 90$$

است.



۳- دوزاویه‌ی متقابل به رأس: وقتی دو خط همدیگر را قطع کنند چهار زاویه به وجود می‌آید که رأس مشترک دارند. و زاویه‌های



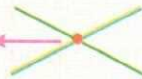
روبه رو، دو به دو، با هم برابر هستند. به این زاویه‌ها، متقابل به رأس می‌گویند.

زاویه‌ی ۱ و ۲ با یکدیگر برابر هستند. $\hat{1} = \hat{2}$

زاویه‌ی ۳ و ۴ با یکدیگر برابر هستند. $\hat{3} = \hat{4}$

ویژگی‌های دوزاویه‌ی متقابل به رأس:

۱- رأس مشترک داشته باشند.



۲- ضلع‌ها در امتداد یکدیگر باشند.



۳- متصل باشند.

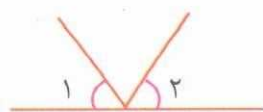


۴- روبه روی هم قرار گرفته باشند.

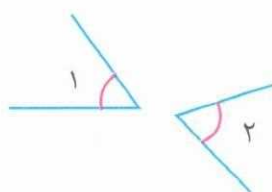
(یا به نوعی پشت به پشت هم قرار گرفته باشند).



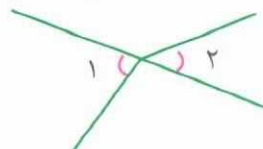
در شکل‌های زیر زاویه‌ی متقابل به رأس وجود ندارد.



روبه روی هم قرار نگرفته‌اند.



متصل نیستند و رأس مشترک ندارند.



ضلع‌ها در امتداد هم نیستند.

مجموع زاویه‌های داخلی چند ضلعی‌ها

می‌دانید که مجموع زاویه‌های داخلی یک مثلث 180° درجه، مجموع زاویه‌های داخلی یک چهار ضلعی 360° درجه و مجموع زاویه‌های داخلی یک پنج ضلعی 540° درجه می‌باشد.

مثال: برای اینکه اندازه‌ی زاویه (م) را به دست آوریم باید مراحل زیر را انجام دهیم؛

می‌دانیم مجموع زاویه‌های داخلی یک مثلث 180° درجه می‌باشد.

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{M} = 180^\circ$$

بنابراین:

$$98^\circ + 55^\circ + () = 180^\circ$$

$$180^\circ - 153^\circ = 27^\circ$$

اندازه‌ی زاویه (م)

مثال:

در شکل روبه رو نیمساز، زاویه را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده که هر قسمت 55° درجه است.

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$$

$$\square + (55^\circ + 55^\circ) = 180^\circ$$

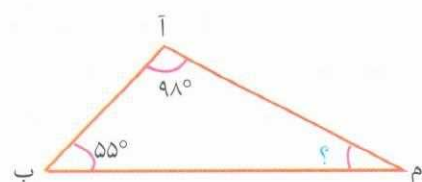
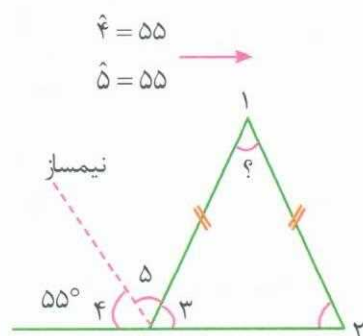
$$180^\circ - 110^\circ = 70^\circ \quad \hat{C}$$

چون دو زاویه‌ی مجاور دو ساق مثلث متساوی الساقین، با هم برابر هستند.

$$\hat{C} = \hat{D} = 70^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ \quad \hat{A}$$



ویژگی‌های چند ضلعی‌ها

ویژگی‌های مربع: هر چهار ضلع آن با هم برابر و موازی است، زاویه‌های آن نیز با هم برابر می‌باشد، قطر‌ها با هم برابرند - قطر‌ها بر هم عمودند و همدیگر را نصف می‌کنند - ضلع‌های روبه رو با هم موازی‌اند - مرکز تقارن دارد و نیز دارای چهار محور تقارن است.

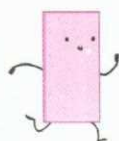


خودش $\times$ یک ضلع = مساحت

$4 \times$ یک ضلع = محیط

ویژگی‌های مستطیل: ضلع‌ها دو به دو با هم برابر و موازی‌اند - زاویه‌های آن با هم برابرند (دارای 4 زاویه‌ی قائمه است) -

قطر‌ها با هم برابرند و از وسط یکدیگر می‌گذرند - مرکز تقارن دارد و دارای دو محور تقارن است.



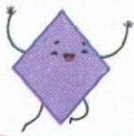
عرض $\times$ طول = مساحت

$2 \times$ (عرض + طول) = محیط

گروه آموزشی گراد



ویژگی‌های لوزی: چهار ضلع برابر دارد - ضلع‌های روبه رو با هم موازی‌اند - زاویه‌های روبه رو با هم برابرند - مجموع زاویه‌های مجاور، 180° درجه است - قطر‌ها بر هم عمودند و از وسط یکدیگر عبور می‌کنند و عمود هستند - مرکز تقارن دارد و دارای دو محور تقارن نیز می‌باشند.



$$2 \div \text{حاصل ضرب دو قطر} = \text{مساحت}$$

$$4 \times \text{یک ضلع} = \text{محیط}$$

ویژگی‌های متوازی الاضلاع: اضلاع مقابل با هم برابر و موازی هستند - زاویه‌های روبه رو با هم برابرند - مجموع زاویه‌های مجاور 180° درجه می‌باشد (دو زاویه مکمل) - قطر‌ها از وسط یکدیگر عبور می‌کنند و همدیگر را از وسط نصف می‌کنند - دارای مرکز تقارن است ولی محور تقارن ندارد.



$$\text{ارتفاع} \times \text{قاعده} = \text{مساحت}$$

$$\text{حاصل جمع چهار ضلع} = \text{محیط}$$

ویژگی‌های ذوزنقهی متساوی الساقین: فقط دو قاعده‌ی موازی دارد و دو ساق دیگر آن با هم برابرند - دو زاویه‌ی پایین با هم برابرند و دو زاویه‌ی بالا با هم برابر می‌باشند - قطر‌ها با هم برابرند - مرکز تقارن ندارد ولی دارای یک محور تقارن می‌باشد. مجموع زاویه‌های مجاور 180° است. (مکمل یکدیگرند)



$$2 \div \text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده} = \text{مساحت}$$

$$\text{حاصل جمع چهار ضلع} = \text{محیط}$$

ذوزنقهی قائم الزاویه: دو قاعده‌ی موازی دارد - دو زاویه‌ی قائمه دارد و مجموع دو زاویه‌ی دیگر نیز 180° درجه می‌باشد - مرکز تقارن ندارند - محور تقارن ندارد.



$$2 \div \text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده} = \text{مساحت}$$

$$\text{حاصل جمع چهار ضلع} = \text{محیط}$$

ذوزنقهی مختلف الاضلاع: فقط دو قاعده‌ی موازی دارد - مرکز تقارن ندارد - محور تقارن ندارد. مجموع زاویه‌های مجاور 180° درجه است.



$$2 \div \text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده} = \text{مساحت}$$

$$\text{حاصل جمع چهار ضلع} = \text{محیط}$$

تمامی چهار ضلعی‌ها دو قطر دارند و مجموع زاویه‌های داخلی چهار ضلعی‌ها 360° درجه می‌باشد.



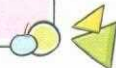
مثلث متساوی الاضلاع: هر سه ضلع آن با هم برابر است - هر سه زاویه‌ی آن با هم برابر است - سه محور تقارن دارد، اما مرکز تقارن ندارد.



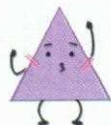
$$2 \div \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} = \text{مساحت}$$

$$3 \times \text{یک ضلع} = \text{محیط}$$

انتشارات گراد



مثلث متساوی الساقین: دارای دو ساق برابر است و زاویه‌های مجاور دو ساق (زاویه‌های بین دو ساق و ضلع سوم) نیز برابر هستند مرکز تقارن ندارد ولی دارای یک محور تقارن می‌باشد.



$$2 \div \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} = \text{مساحت}$$

$$\text{محیط} = \text{حاصل جمع سه ضلع}$$

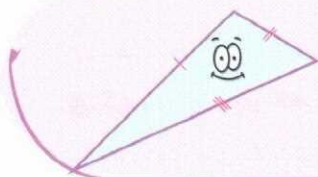
مثلث قائم الزاویه: دارای یک زاویه قائمه می‌باشد که ۹۰ درجه است - مرکز تقارن و محور تقارن ندارد.



$$2 \div \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} = \text{مساحت}$$

$$\text{محیط} = \text{حاصل جمع سه ضلع}$$

مثلث مختلف الاضلاع: محور تقارن و مرکز تقارن ندارد و دارای ضلع‌های نامساوی هستند.



$$2 \div \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} = \text{مساحت}$$

$$\text{محیط} = \text{حاصل جمع سه ضلع}$$

تمام مثلث‌ها قطر ندارند و مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث ۱۸۰ درجه می‌باشد.



دایره: دارای بی نهایت قطر و شعاع و بی نهایت خط تقارن می‌باشد (یعنی قطر‌ها، خط تقارن نیز هستند) مرکز تقارن هم دارد.



$$\frac{3}{14} \times \text{شعاع} \times \text{شعاع} = \text{مساحت}$$

$$\frac{3}{14} \times \text{قطر} = \text{محیط}$$

تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- | | |
|--|--|
| ☒ نادرست | ☐ درست |
| ☐ نادرست | ☒ درست |
| ☒ نادرست | ☐ درست |
| ☒ نادرست | ☐ درست |
| ☐ نادرست | ☒ درست |
| ☐ نادرست | ☒ درست |
| ☒ نادرست | ☐ درست |
| ☐ نادرست | ☒ درست |

- ۱ زاویه‌ی ۵۰ درجه متمم زاویه‌ی ۳۰ درجه است.
- ۲ هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط، از دو سر آن به یک اندازه است.
- ۳ هر پاره خط بی‌شمار نقطه‌ی وسط دارد.
- ۴ برای همه‌ی خط‌ها می‌توان عمود منصف رسم کرد.
- ۵ در ساعت (یک) زاویه بین عقربه دقیقه شمار و ساعت شمار، زاویه‌ی تند است.
- ۶ اگر مکمل دو زاویه برابر باشند آن دو زاویه، برابر هستند.
- ۷ فاصله بین یک نقطه و یک خط، طول پاره خطی است که نقطه را به خط وصل می‌کند.
- ۸ اگر مجموع دو زاویه متقابل به رأس ۱۵۰ درجه باشد اندازه‌ی هر یک ۷۵ درجه است.

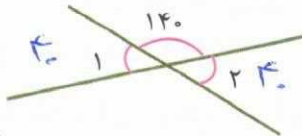
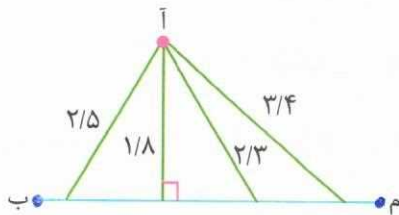


ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

- ۱ خطی که پاره خط را نصف می‌کند و بر آن عمود می‌شود، عمود منصف نام دارد.
- ۲ اختلاف مکمل و متمم یک زاویه ۹۰ درجه است.
- ۳ به دو زاویه که مجموع آن‌ها ۹۰ درجه باشد دو زاویه متمم می‌گویند.
- ۴ مجموع زاویه‌های داخلی یک چهار ضلعی ۳۶۰ درجه است.

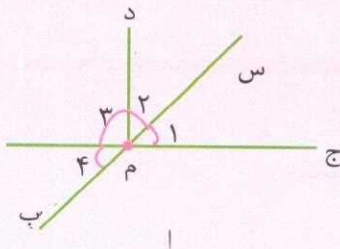
ج) گزینه‌ی درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

- ۱ یکی از زاویه‌های داخلی مثلث قائم الزاویه ۳۵ درجه می‌باشد، زاویه سوم چند درجه است؟
 الف) ۵۰ درجه ☐ ب) ۱۲۵ درجه ☐ ج) ۹۰ درجه ☐ د) ۵۵ درجه ☒
- ۲ اختلاف دو زاویه متمم ۲۰ درجه است. اندازه‌ی زاویه‌ی کوچک‌تر چند درجه است؟
 الف) ۳۵ درجه ☒ ب) ۷۰ درجه ☐ ج) ۵۵ درجه ☐ د) ۹۰ درجه ☐
- ۳ زاویه‌ی بین عقربه‌های ساعت در زمان ۱۰:۲۵ کدام است؟
 الف) باز ☒ ب) تند ☐ ج) نیم صفحه ☐ د) راست ☐
- ۴ در شکل مقابل مجموع زاویه‌های ۱ و ۲ چند درجه است؟
 الف) ۴۰ درجه ☐ ب) ۹۰ درجه ☐ ج) ۱۸۰ درجه ☐ د) ۸۰ درجه ☒
- ۵ فاصله‌ی نقطه‌ی (آ) از پاره خط (ب، م) کدام است؟
 الف) ۱/۸ سانتی‌متر ☒ ب) ۲/۳ سانتی‌متر ☐ ج) ۲/۵ سانتی‌متر ☐ د) ۳/۴ سانتی‌متر ☐
- ۶ متمم زاویه‌ی ۷۲ درجه چند درجه است؟
 الف) ۲۸ درجه ☐ ب) ۱۸ درجه ☒ ج) ۸ درجه ☐ د) ۳۸ درجه ☐



د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

- ۱ در شکل زیر زاویه‌ی ۱ و ۲ متمم یکدیگرند و (م س) نیمساز زاویه‌ی (ج م د) است. اندازه‌ی زاویه‌های زیر را بنویسید و دو زاویه مکمل در شکل را نام ببرید.

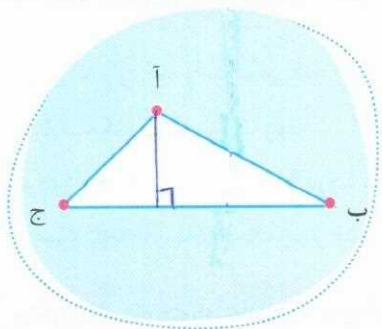
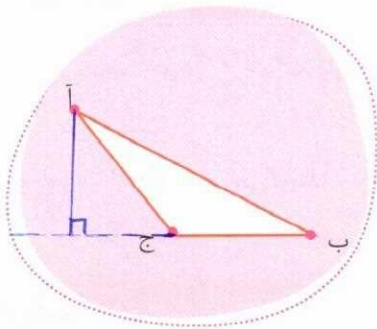
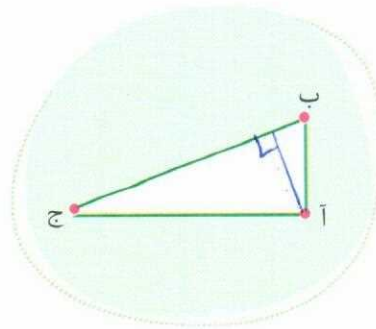


$$\hat{1} = 45^\circ \quad \hat{2} = 45^\circ \quad \hat{3} = 90^\circ \quad \hat{4} = 45^\circ$$

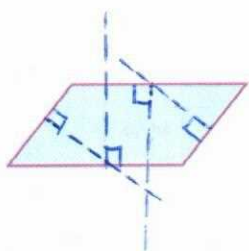
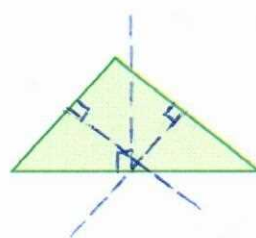
$$(\text{ج م ب}) = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

زاویه‌های مکمل:
 س م ج و ج م ب
 س م د و د م ب

۲ در هر یک از شکل‌های زیر ارتفاع رأس (آ) را نسبت به ضلع (ب ج) رسم کنید.

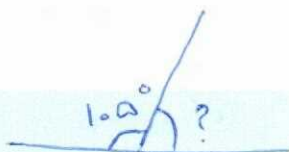


۳ در شکل‌های زیر اندازه‌ی ضلع‌ها را نوشته پس عمود منصف هر ضلع را رسم کنید.



۴ اگر مکمل زاویه‌ای 105° درجه باشد آن زاویه چند درجه است؟

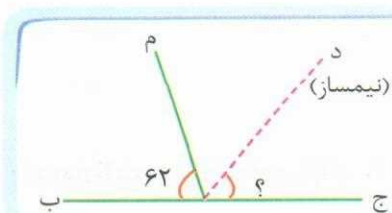
متمم این زاویه چند درجه است؟



$$? = 180 - 105 = 75^\circ$$

$$? = 90 - 75 = 15^\circ$$

۵ با توجه به شکل، اندازه‌ی زاویه‌ی مورد نظر را پیدا کنید.

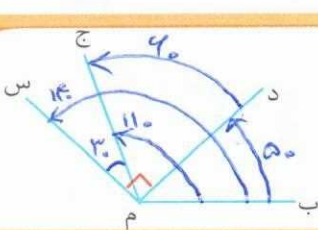


$$180 - 62 = 118$$

$$? = 118 \div 2 = 59^\circ$$

۶ در شکل مقابل اندازه‌ی زاویه‌ی (ب م ج) 110° درجه، اندازه‌ی زاویه‌ی (د م س) 90° درجه و اندازه‌ی زاویه‌ی (ب م س) 140° درجه است.

اندازه‌ی زاویه‌ی (د م ج) و (ب م د) را حساب کنید.

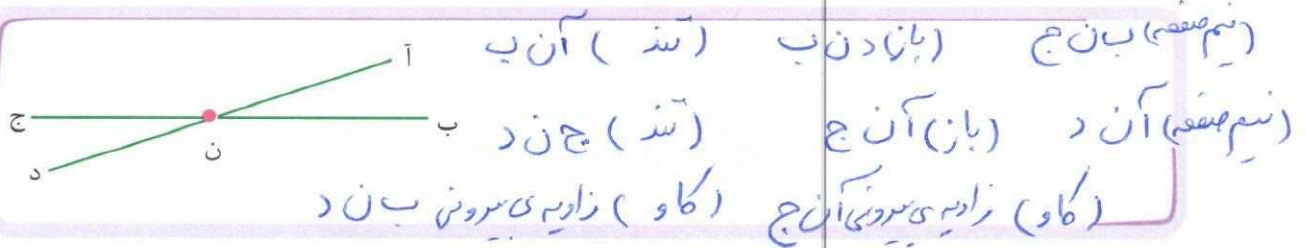
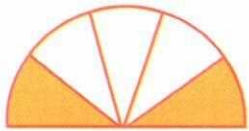


$$\hat{C} = 90 - 30 = 60^\circ$$

$$\hat{B} = 110 - 60 = 50^\circ$$



۷ با توجه به شکل، نام هشت زاویه را بنویسید و نوع هر کدام را مشخص کنید.



۸ با توجه به اینکه نیم دایره به قسمت‌های مساوی تقسیم شده است؛ به سوالات زیر پاسخ دهید:

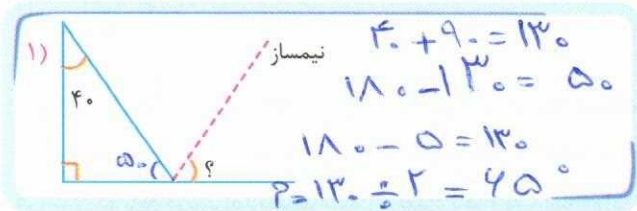
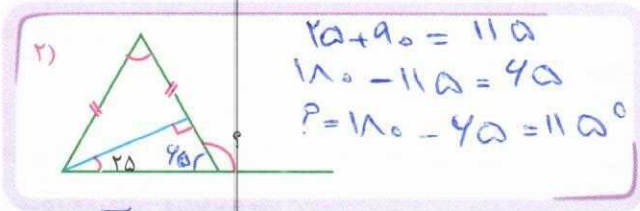
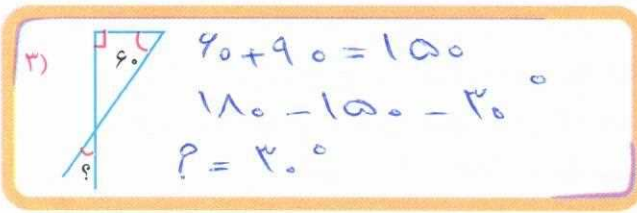
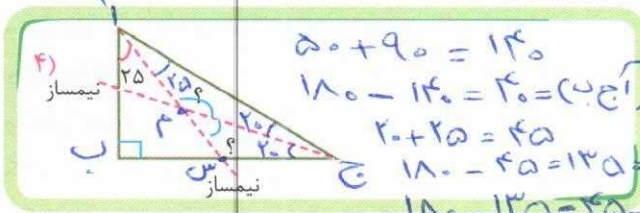
$$180 \div 5 = 36^\circ$$

الف) زاویه‌ی هر قسمت رنگی چند درجه است؟

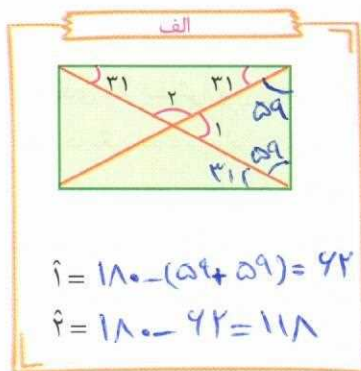
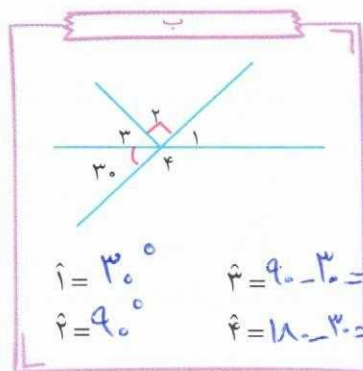
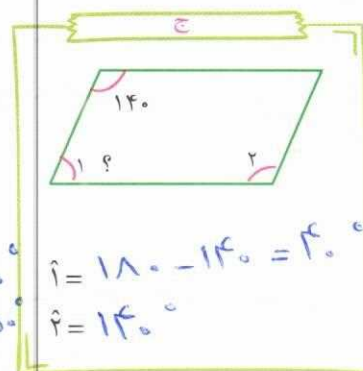
ب) چند قسمت دیگر از شکل را رنگ کنیم که مجموع قسمت‌های رنگ شده بیش از 100° درجه باشد؟

کافه است کی قسمت دیگر رنگ شود مجموع قسمت‌های رنگ شده به 108° برسد.

۹ در شکل‌های زیر اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.



۱۰ در هر قسمت با توجه به اطلاعات داده شده، اندازه‌ی زاویه‌ی خواسته شده را به دست آورید.



فصل ۴

تناسب و درصد

درس نامه

کسر



به جزء یا قسمتی از یک واحد کامل، کسری از آن واحد گفته می‌شود. بنابراین کسری از کل یعنی جزء یا قسمتی از آن کل. برش‌های این دایره به صورت کسر $\frac{5}{8}$ نوشته می‌شود. یعنی واحد کامل ما به ۸ قسمت مساوی تقسیم شده و ما ۵ تکه از این ۸ قسمت را مشخص کرده‌ایم.

نسبت



در ریاضیات رابطه بین دو کمیت یا دو چیز یا دو عدد را نسبت می‌گوییم. در واقع نسبت، مقایسه‌ی بین مقدارهای دو یا چند چیز مختلف است که می‌توان با یک خط کسری آن را نشان داد. برای مثال هر انسان دو پا دارد، بنابراین نسبت انسان به تعداد پاها ۱ به ۲ است و این نسبت را به شکل $\frac{1}{2}$ می‌نویسیم.

۱- در کسر، صورت و مخرج از یک جنس هستند، مثل شکل و قسمت‌های آن.

اما در نسبت می‌توان از دو جنس متفاوت استفاده کرد که در ارتباط با هم هستند.

مانند نیمکت و دانش‌آموز یا تعداد چرخ و موتورسیکلت.

۲- در کسر نمی‌توان جای صورت و مخرج را عوض کرد، ولی در نسبت می‌توان جای نسبت‌ها را عوض کرد.

۳- نسبت، واحد ندارد، ولی کسر، واحد دارد. فقط باید دقت کنیم که در هر نسبت، صورت و مخرج را بر حسب یک واحد معین بنویسیم.

۴- در نسبت، مانند کسر، می‌توان صورت و مخرج را ساده کرد.

$$\frac{45}{63} = \frac{5}{7}$$

مهدی ۴۵
علی ۶۳

مثال: وزن مهدی ۴۵ کیلوگرم و وزن علی ۶۳ کیلوگرم است. نسبت وزن مهدی به وزن علی چه قدر است؟

در اینجا واحدها یکی است بنابراین برای به دست آوردن نسبت‌ها اینگونه عمل می‌کنیم.

بنابراین نسبت وزن مهدی به علی ۵ به ۷ است.

گاهی اوقات بعضی نسبت‌ها کسری یا اعشاری هستند. به مثال زیر توجه کنید:

۱- نسبت سن امیررضا و محمد و سعید $\frac{1}{3}$ ، ۲ و $\frac{1}{2}$ است. می‌خواهیم این نسبت‌ها را به صورت ساده و اعداد طبیعی بنویسیم.

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{6}, \frac{12}{6}, \frac{3}{6} \Rightarrow 2 \text{ و } 12 \text{ و } 3$$

امیررضا محمد سعید

۲- نسبت تعداد گل‌های علی دایی به گل‌های خداداد عزیزی $\frac{2}{5}$ به $\frac{1}{3}$ است. تعداد گل‌های کدام بیشتر است؟

$$\frac{\text{گل‌های علی دایی}}{\text{گل‌های خداداد عزیزی}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{5} \times \frac{3}{1} = \frac{6}{5}$$

به همان نسبت‌های داده شده، تعداد گل‌ها را می‌نویسیم.



حالا باید نسبت‌های داده شده را ساده‌تر کنیم:
پاسخ $\frac{6}{5}$ (۶ به ۵) می‌شود و نشان دهنده‌ی این است که نسبت گل‌های علی دایی به گل‌های خداداد عزیزی ۶ به ۵ است.
بنابراین تعداد گل‌های علی دایی بیشتر می‌باشد.

$$\frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{5} \div \frac{1}{3} = \frac{2}{5} \times \frac{3}{1} = \frac{6}{5}$$

علی دایی $\rightarrow$
خداداد عزیزی $\rightarrow$



۱- در مسئله‌های مربوط به نسبت، ترتیب مهم است.

مثلاً: نسبت مدادهای سارا به حدیث ۱ به ۴ است. که نسبت ۱ مربوط به سارا و نسبت ۴ مربوط به حدیث است.

۲- از روی نسبت دو چیز، مقدار آن‌ها مشخص نمی‌شود.

مثلاً: اگر بگوییم پول پارسا دو برابر پول فرزاد است، فقط می‌توانیم بفهمیم نسبت پول آن‌ها ۲ به ۱ است. ولی به مقدار پولشان

پی نمی‌بریم.

اگر بخواهیم به مقدار پولشان پی ببریم، می‌توانیم از نوشتن کسرهای مساوی استفاده کنیم.

تناسب

مقدارهای متناسب و جدول‌های نسبت:

$$\frac{16}{28} = \frac{4}{7}$$

دو نسبت مساوی، همیشه یک تناسب را تشکیل می‌دهد. **مثال:**

وقتی $\frac{16}{28}$ را ساده کنیم، برابر با $\frac{4}{7}$ می‌شود.



برای حل سوال‌های تناسب، دو روش را به شما پیشنهاد می‌کنیم. (مانند بررسی تساوی کسرها)

۱- جدول تناسب ۲- ساده کردن کسرها



در نوشتن نسبت‌ها یا جدول تناسب، جلونیسی جدول‌ها باید انجام شود.

حل تناسب یعنی یافتن مقدار مجهول در دو نسبت مساوی:

مثال: نسبت موفقیت‌های احسان به خواهرش سمیرا در مسابقات میان مدرسه‌ای، ۴ به ۱۱ است. اگر تعداد تقدیر نامه‌های احسان ۱۶ تا باشد

تقدیر نامه‌های خواهرش چند تا است؟

احسان	۴	$\times 4$	۱۶
سمیرا	۱۱	$\times 4$	۴۴

$$\Rightarrow \text{یا روش مجهول یابی} \quad \bigcirc = \frac{11 \times 16}{4} = \frac{44}{1} = 44$$

مقدارهای متناسب

$4 \times \text{یک ضلع} = \text{محیط مربع}$

$$4 = 4 \times 1 = \text{محیط مربع با ضلع ۱}$$

نسبت طول ضلع هر مربع به محیط آن ۱ به ۴ است.

به جدول زیر دقت کنید:

انتشارات گراد

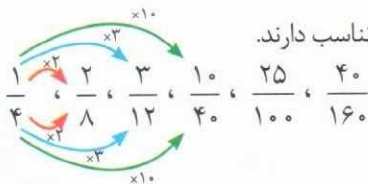
طول ضلع مربع	۱	۲	۳	۱۰	۲۵	۴۰
محیط	۴	۸	۱۲	۴۰	۱۰۰	۱۶۰

×۴

با کمتر یا بیشتر شدن ضلع مربع محیط هم به همان نسبت تغییر می‌کند. یعنی محیط مربع با طول ضلع آن **متناسب است**.

اگر نسبت‌ها را به صورت کسری بنویسیم می‌بینیم که با هم برابر هستند

پس: به این جدول‌ها که تناسب را نشان می‌دهد، جدول تناسب می‌گویند. چون دو مقدار نسبت با هم تناسب دارند.



اندازه‌ی ضلع و محیط مربع، با هم متناسب هستند.

حالا به جدول زیر توجه کنید:

ضلع مربع	۱	۲	۳	۰/۵	۴	۲/۵	۹	۲۰
مساحت مربع	۱	۴	۹	۰/۲۵	۱۶	۶/۲۵	۸۱	۴۰۰

اگر نسبت ضلع مربع به مساحت مربع را به صورت کسری بنویسیم، می‌بینیم که این کسرها با هم برابر نیستند.

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{4}, \frac{3}{9}, \frac{0.5}{0.25}, \frac{4}{16}, \frac{2/5}{6/25}, \frac{9}{81}, \frac{20}{400}$$

چون نسبت‌ها با هم برابر نیستند، می‌گوییم مساحت مربع با طول ضلع آن **متناسب نیست**. یعنی طول ضلع با مساحت آن تناسب ندارد. پس این گونه جدول‌ها، جدول تناسب نیستند.

مساحت مربع با طول آن متناسب نیست. یعنی اندازه‌ی ضلع و مساحت مربع با هم متناسب نیستند.

به مثال‌های زیر دقت کنید:



تعداد دو چرخه‌ها با تعداد چرخ‌های آن‌ها، متناسب است.

تعداد انسان‌ها با تعداد چشم‌های آن‌ها، متناسب است.

تعداد افراد یک خانه با تعداد سلیقه‌ها، متناسب نیست.

تعداد کلاس‌های یک مدرسه با تعداد دانش‌آموزان هر کلاس، متناسب نیست.

جدول‌های گروه الف نشان دهنده‌ی تناسب هستند و جدول‌های گروه ب متناسب نیستند.

گروه الف - تناسب:

×۲	۴	۱۲	×۲
	۸	۲۴	

×۳	۷	۲۱	×۳
	۳	۹	

×۴	۳	۱۲	×۴
	۵	۲۰	

گروه آموزشی گراد



گروه ب - نامتناسب:

۳	۶
۵	۸

۱۵	۱۲
۵	۲

۶۴	۸
۱۲	۱۵

تسهیم به نسبت

تسهیم به نسبت یعنی در نسبت سهم داشتن، یعنی مشخص کردن سهم هر چیزی به نسبت معین از کل سهمها.
برای مثال: نسبت تماشاچیان مسابقات فرهنگی تلویزیون به تماشاچیان سریال های تلویزیون $\frac{7}{5}$ است. بنابراین نسبت تعداد تماشاچیان مسابقات فرهنگی به کل تماشاچیان ۷ به ۱۲ است. $\frac{7}{5+7}$. همچنین نسبت تماشاچیان سریال ها به کل تماشاچیان ۵ به ۱۲ است. $\frac{5}{7+5}$ (به شرط این که این نسبت ها مربوط به کل افراد باشد و یک فرد، تماشاچی یک برنامه باشد).

مثال ۱: یک قناد برای درست کردن کیک تولد ۱ کیلویی، هر ۲ پیمانه آرد را با ۱ پیمانه شکر مخلوط می کند. اگر او بخواهد روزانه ۱۵۰

کیلوگرم کیک درست کند از هر ماده (آرد و شکر) چه مقدار نیاز دارد؟

آرد	۲	۱۰۰
شکر	۱	۵۰
مخلوط	۳	۱۵۰

مجموع نسبت ها $2+1=3$
 ۱۰۰ پیمانه آرد
 ۵۰ پیمانه شکر

مثال ۲: برای بافتن یک بلوز، ۳۵۰ گرم کاموا لازم است:

الف) برای بافتن ۸ بلوز چند کیلوگرم کاموا لازم است؟

ب) با $\frac{8}{4}$ کیلوگرم کاموا چند بلوز از این نوع را می توان بافت؟

بلوز	۱	۸
گرم کاموا	۳۵۰	۲۸۰۰

کیلوگرم $2800 \div 1000 = 2.8$

بلوز	۱	۲۴
گرم کاموا	۳۵۰	۸۴۰۰

گرم $8 \div 4 \times 1000 = 8400$

مثال ۳: الف) می دانیم هر کیلومتر برابر با ۱۰۰۰ متر است. ۹۷۲۱ متر چند کیلومتر است؟

ب) هر متر ۱۰ دسی متر است. $\frac{4}{7}$ متر چند دسی متر است؟

ج) هر هکتار برابر با ۱۰,۰۰۰ متر مربع است. ۲۵۷۴۹ متر مربع چند هکتار است؟

کیلومتر	۱	۹/۷۲۱
متر	۱۰۰۰	۹۷۲۱

متر	۱	۴/۷
دسی متر	۱۰	۴۷

هکتار	۱	۲/۵۷۴۹
مترمربع	۱۰۰۰۰	۲۵۷۴۹

مقایسه‌ی نسبت‌ها

یکی از کاربردهای نوشتن نسبت‌ها به صورت کسر، مقایسه‌ی آن‌ها با هم می‌باشد. مثلاً اگر ۱۵ نفر از ۲۰ نفر دانش‌آموزان کلاس ششم و ۲۰ نفر از ۳۰ نفر دانش‌آموزان کلاس پنجم در درس ریاضی نمره‌ی خیلی خوب گرفته باشند، برای اینکه بفهمیم کدام کلاس وضعیت بهتری دارد، کافی است:

نسبت‌های دو کلاس (۱۵ ششم و ۲۰ پنجم) را با هم مقایسه کنیم.

$$\frac{15}{20} \div \frac{10}{10} = \frac{15 \div 5}{20 \div 5} = \frac{3}{4} \quad \frac{20}{30} \div \frac{10}{10} = \frac{20 \div 10}{30 \div 10} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{3}{4} > \frac{2}{3}$$

کسر $\frac{9}{12}$ یعنی همان $\frac{3}{4}$ یا $\frac{15}{20}$ ؛ بزرگ‌تر است پس کلاس ششم وضعیت بهتری دارد.

در ۲ کیلوگرم شربت گل محمدی، ۵۰۰ گرم شکر و در ۳ کیلوگرم شربت نعنائی، ۷۰۰ گرم شکر استفاده شده است. کدام شربت، شکر بیشتری دارد؟

$$\begin{aligned} \text{شربت گل محمدی} &= \frac{\text{مقدار شکر}}{\text{کل شربت}} = \frac{500 \text{ گرم}}{2000 \text{ گرم}} = \frac{1}{4} \\ \text{شربت نعنائی} &= \frac{\text{مقدار شکر}}{\text{کل شربت}} = \frac{700 \text{ گرم}}{3000 \text{ گرم}} = \frac{7}{30} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{4} \quad \frac{7}{30} \Rightarrow \frac{15}{60} > \frac{14}{60}$$

با مقایسه‌ی $\frac{15}{60}$ و $\frac{14}{60}$ نتیجه گرفته می‌شود که شربت گل محمدی شیرین‌تر است.

تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

۱. نسبت ۲۴ به ۸ مثل نسبت ۳۵ به ۱۰ است. ☒ درست ☐ نادرست
۲. در پرتاب تاس احتمال اینکه ۵ بیاید $\frac{1}{7}$ است. ☒ درست ☐ نادرست
۳. نسبت $\frac{1}{2}$ به $\frac{1}{3}$ مثل نسبت ۳ به ۲ است. ☒ درست ☐ نادرست
۴. اندازه‌ی ضلع مربع، با مساحت آن تناسب دارد. ☒ درست ☐ نادرست

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

۱. نسبت محیط مربع به ضلع آن متناسب است.
۲. اگر نسبت پول فرزاد به پارسا ۷ به ۴ باشد، نسبت پول پارسا به کل پول برابر با $\frac{4}{11}$ است.
۳. هرگاه دو مقدار، طوری تغییر کنند که نسبت آن‌ها مقدار ثابتی باشد، به آن دو مقدار، مقادیر مستقیم می‌گویند.



۴ نسبت ۴/۲ به ۶/۴ مثل نسبت ۲/۱ به ۳/۲ است.

ج) گزینه‌ی درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

۱ کدام نسبت به ترتیب با ۲ و ۳ و ۵ مساوی نیست؟
 الف) ۱۲۰، ۱۸۰، ۳۰۰ ☐ ب) ۱۰۵، ۱۰۳، ۱۰۲ ☒ ج) ۶۰، ۹۰، ۱۵۰ ☐ د) ۲۰، ۳۰، ۵۰ ☐

۲ کسر $\frac{4}{6}$ با کدام یک از گزینه‌های زیر متناسب نیست؟

الف) $\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$ ☐ ب) $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ ☐ ج) $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$ ☐ د) $\frac{22}{31} = \frac{2}{3}$ ☒

۳ نسبت دو عدد $\frac{2}{3}$ و اختلاف آن‌ها ۱۵ است. حاصل جمع این دو عدد برابر است با:

الف) ۱۵ ☐ ب) ۷۵ ☒ ج) ۴۵ ☐ د) ۳۰ ☐

۴ نسبت مساحت دایره به محیط دایره کدام است؟

الف) ۲ به شعاع دایره ☐ ب) شعاع دایره به ۲ ☒ ج) ۲ به قطر دایره ☐ د) قطر دایره به ۲ ☐

۵ نسبت ارتفاع به قاعده‌ی یک مثلث ۸ به ۴ است اگر قاعده‌ی مثلث ۱۶ باشد، نصف مساحت مثلث کدام یک از اعداد زیر خواهد بود؟

الف) ۷۲۹ ☐ ب) ۶۷۵ ☐ ج) ۱۲۸ ☒ د) ۲۵۶ ☐

۶ نسبت دو عدد $\frac{6}{9}$ است اگر عدد بزرگ‌تر ۱۰۸ باشد، عدد کوچک‌تر کدام است؟

الف) ۱۰۵ ☐ ب) ۵۴ ☐ ج) ۷۲ ☒ د) ۱۰۰ ☐

د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

۱ جدول‌های زیر را طوری کامل کنید که نشان دهنده‌ی تناسب باشند.

الف) $\div 9$

۶	۱
۵۴	۹

ب) $\times 2$

۱۲	۱۸
۶	۹
۱۸	۲۷

ج) $\times 8$

۲	۰/۵
۱۲	۴

۲ با توجه به شکل به سوالات پاسخ دهید.

الف) نسبت تعداد ستاره به خورشید چه قدر است؟

ب) نسبت ماه به ستاره‌ها چه قدر است؟

ج) نسبت خورشید به کل شکل چه قدر است؟

د) اگر تعداد ستاره‌ها ۲۵ عدد باشد در مقابل، چند ماه وجود دارد؟

و) اگر مجموع شکل‌ها ۹۶ باشد، تعداد هر کدام چند تا است؟



$$\frac{\text{ستاره}}{\text{خورشید}} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{\text{ماه}}{\text{ستاره}} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{\text{خورشید}}{\text{کل}} = \frac{3}{12}$$

د) $\frac{\text{ماه}}{\text{ستاره}} = \frac{4}{5}$

و) $\frac{\text{کل}}{\text{ستاره}} = \frac{12}{24}$

۳ نسبت پول سعید به پول رضا $\frac{2}{3}$ به $\frac{4}{5}$ است. اگر مجموع پول آن‌ها ۲۲۰٪ تومان باشد، پول سعید چه قدر است؟
در این گونه مثال‌ها ابتدا باید نسبت‌ها را به صورت اعداد طبیعی (غیرکسری) بنویسیم.

سعید	$\frac{2}{3}$	۲	۱۰	۱۰۰۰۰
رضا	$\frac{4}{5}$	۱۲	۱۲۰۰۰	
کل		۲۲	۲۲۰۰۰	$\times ۱۰۰۰$

پول سعید = ۱۰۰۰۰ تومان

پول رضا = ۱۲۰۰۰ تومان

۴ کسری مساوی $\frac{7}{8}$ بنویسید که مجموع صورت و مخرج آن برابر ۶۰ باشد.

$$\frac{7}{8} = \frac{28}{32}$$

مجموع ۱۰

$$\frac{7}{8} = \frac{28}{32}$$

۵ پاسخ عبارات زیر را با استفاده از جدول تناسب به دست آورید.

۳۹۵۶ متر	۱۰۰۰ متر	الف
۱۳۹۵۶ متر	۱ کیلومتر	ب

الف) ۳۹۵۶ متر چند کیلومتر است؟

ب) ۷۰۰۰۰۰ متر مربع چند هکتار است؟

ج) ۸۲/۴۰ متر چند دسی متر است؟

۷۰ هکتار	۱ هکتار	ب
۷۰۰۰۰۰ متر مربع	۱۰۰۰۰ متر مربع	ب

۸۲/۴۰ دسی متر	۱ دسی متر	ج
۸۲۴ دسی متر	۱۰ دسی متر	ج

ه) مسئله‌های زیر را حل کنید.

۱ نسبت طول به عرض مستطیلی ۴ به $\frac{1}{4}$ است:

الف) این نسبت را به صورت ساده‌تر بنویسید.

ب) اگر عرض این مستطیل ۲ سانتی‌متر باشد، محیط و مساحت آن را محاسبه کنید.

$$\frac{\text{طول}}{\text{عرض}} = \frac{4}{\frac{1}{4}} = \frac{16}{1}$$

الف)

$$\text{سانتی‌متر} = (32 + 2) \times 2 = 68$$

$$\text{مساحت} = 32 \times 2 = 64$$

۱۲ طول	۳۲	ب
۱ عرض	۲	ب

۲ جرم مهربا، پارسا و فرزاد روی هم ۲۷۹ کیلوگرم است. اگر نسبت جرم آن‌ها به ترتیب $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ باشد:
الف) جرم هر کدام چه قدر است؟ در این مرحله می‌توانیم به یکی از سه نسبت‌ها (۲×۳×۵) یعنی ۳۰ ضرب کنیم.

ب) نسبت جرم فرزاد به پارسا را بنویسید.

مهربا	$\frac{1}{2}$	۱	۳	۱۵	۱۳۵
پارسا	$\frac{1}{3}$	۲	۳	۱۰	۹۰
فرزاد	$\frac{1}{5}$	۴	۵	۶	۵۴
مجموع				۳۱	۲۷۹

$$\frac{\text{فرزاد}}{\text{پارسا}} = \frac{54}{90} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5}$$



۳ در یک چاپخانه، در هر ۳ ساعت ۵۰۰۰ صفحه چاپ می‌شود. در این چاپخانه ۴۰۰۰۰ صفحه در چند ساعت چاپ می‌شود؟

ساعت	۳	?
صفحه	۵۰۰۰	۴۰۰۰۰

$$\rightarrow ? = \frac{3 \times 40000}{5000} = 24 \text{ ساعت}$$

۴ برای تهیه‌ی نوعی سم، سه ماده‌ی کلسیم، نیترات و گوگرد را با نسبت‌های ۱۰، ۹ و ۳ با هم ترکیب می‌کنند. برای تهیه ۱۵۴ سی سی از این سم، چقدر از هر ماده لازم است؟

کلسیم	نیترات	گوگرد	کل سم
۱۰	۹	۳	۲۲
۷۰	۶۳	۲۱	۱۵۴ $\times 7$

۵ امیر و افشین برای کمک به یک موسسه‌ی خیریه ۲۱۰,۰۰۰ تومان کمک کرده‌اند. اگر نسبت پول آن‌ها ۱۱ به ۱۰ باشد، هر کدام چند تومان کمک کرده‌اند؟

امیر	۱۱	۱۱۰۰۰۰
افشین	۱۰	۱۰۰۰۰۰
کل پول	۲۱	۲۱۰۰۰۰

امیر = ۱۱۰۰۰۰ تومان
افشین = ۱۰۰۰۰۰ تومان

۶ الهام می‌خواهد ۴۲ شکلات را بین دو برادرش به نسبت $\frac{1}{3}$ به $\frac{2}{3}$ تقسیم کند. سهم هر یک از آن‌ها چند شکلات خواهد شد؟

برادر بزرگ	۲	۶	۳۶
برادر کوچک	$\frac{1}{3}$	۱	۶
جمع شکلات		۷	۴۲ $\times 6$

به یکی از برادرها $\frac{36}{7}$ تا و به دیگری $\frac{6}{7}$ تا شکلات می‌رسد.

۷ یک دانشجوی مهندسی برای درست کردن کار دستی موتورسیکلت از سیم‌های نازک سسی استفاده کرد، طول ۵۰ گرم از این سیم، ۸ متر است. او در این کار دستی ۱۴۰ گرم سیم را به کار برده، طول سیم به کار رفته چند متر است؟

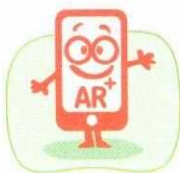
متر	۸	?
گرم	۵۰	۱۴۰

$$\rightarrow ? = \frac{8 \times 140}{50} = \frac{112}{5} = \frac{224}{10} = 22,4 \text{ گرم}$$

۸ جدول زیر را با توجه به تبدیل واحدها و تناسب بین آن‌ها کامل کنید.

کیلومتر	۱	۵	۰/۰۰۷	۰/۰۰۹۵	۰/۰۰۰۵	۳/۷
متر	۱۰۰۰	۵۰۰۰	۷	۹۵	۰/۵	۳۷۰۰
دسی متر	۱۰۰۰۰	۵۰۰۰۰	۷۰	۹۵۰	۵	۳۷۰۰۰

درصد



رابطه‌ی تناسب و درصد را در کلاس پنجم فراگرفتید و دیدید که در مسائل درصد، از جدول تناسب استفاده می‌کنیم و کل هر چیز را ۱۰۰ قسمت (۱۰۰ درصد) در نظر می‌گیریم. نسبتی که مخرج آن، عدد ۱۰۰ باشد، درصد نامیده می‌شود. برای مثال اگر در هر ۱۰۰ گرم شکلات تلخ، ۷۵ گرم قهوه وجود داشته باشد، در اصطلاح به آن شکلات ۷۵ درصد (۷۵٪) گفته می‌شود و می‌خوانیم هفتاد و پنج درصد. برای تبدیل هر درصد، به شکل کسری (و بالعکس) به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{۳۶}{۱۰۰} = ۳۶\% \quad \frac{۴۵}{۱۰۰} = ۴۵\%$$

علامت درصد (٪) همیشه در سمت راست عدد قرار می‌گیرد.



از درصد برای درک بهتر و مناسب‌تر نسبت‌ها و کسرها استفاده می‌کنیم. هنگام تبدیل کسرها به درصد باید آن نسبت یا کسر را به کسری که مخرج ۱۰۰ دارد تبدیل کنیم بعد آن را به صورت درصد بنویسیم. مثلاً: کسر $\frac{۷}{۲۵}$ و $\frac{۱}{۲}$ را می‌توانیم به روش زیر به صورت درصد نشان دهیم:

$$\text{کسر} = \frac{۷ \times ۴}{۲۵ \times ۴} = \frac{۲۸}{۱۰۰} = ۲۸\% \quad \text{نسبت} = \frac{۱ \times ۵۰}{۲ \times ۵۰} = \frac{۵۰}{۱۰۰} = ۵۰\%$$

اگر در یک کسر یا نسبت نتوانیم کسر مساوی با مخرج ۱۰۰ پیدا کنیم، بهتر است صورت را بر مخرج تقسیم کرده (تا سه رقم اعشار)، سپس درصد آن را به صورت تقریبی به دست آوریم.

(در فصل سوم در مورد این کسرها توضیح داده شده است)

مثلاً: در کسر $\frac{۱}{۳}$

$$\frac{۱}{۳} = ۱ \div ۳ \xrightarrow{\text{با استفاده از ماشین حساب}} ۰.۳۳۳ \approx \frac{۳}{۱۰۰} = ۳۳\%$$

در مواردی که مقدار دقیق چیزی را نداریم از علامت (=) استفاده می‌کنیم که به معنی «تقریباً مساوی» است.

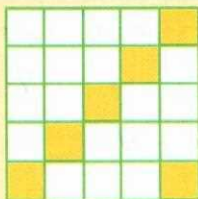


نمایش درصد روی شکل

برای نشان دادن مقدار درصد روی شکل، ابتدا درصد را به صورت کسر می‌نویسیم و تا جایی که امکان داشته باشد، کسر را ساده می‌کنیم، به این ترتیب به کسری می‌رسیم که نمایش آن روی شکل داده شده راحت‌تر است و درصد آن هم مشخص می‌شود.

مثلاً: اگر بخواهیم ۲۴ درصد شکل زیر را نشان دهیم، ابتدا درصد را به صورت کسر می‌نویسیم $\frac{۲۴}{۱۰۰}$ ، آن را ساده کرده تا به کسر $\frac{۶}{۲۵}$ برسیم، سپس کسر را روی شکل نشان می‌دهیم:

$$۲۴\% = \frac{۲۴}{۱۰۰} = \frac{۶}{۲۵}$$





اگر کسری بزرگتر از واحد باشد درصد آن بیشتر از ۱۰۰ خواهد بود.
برای حل مسأله‌های درصد می‌توانیم از جدول تناسب استفاده کنیم.
مقایسه‌ی درصدها، از مقایسه‌ی کسرها ساده‌تر است.



مثال: در یک مسابقه‌ی علمی از ۲۵ نفر دانش‌آموزان کلاس ششم، ۲۱ نفر قبول شده‌اند، چند درصد دانش‌آموزان در این مسابقه قبول شده‌اند؟

قبول شدگان	۲۱	۸۴
کل دانش‌آموزان	۲۵	۱۰۰

$$\Rightarrow \bigcirc = \frac{21 \times 100}{25} = 84$$

۸۴ درصد دانش‌آموزان قبول شده‌اند

مثال: $\frac{3}{4}$ دانش‌آموزان کلاس اول حاضرند. چند درصد دانش‌آموزان غایب هستند؟

ابتدا باید محاسبه کنیم چه کسری از دانش‌آموزان غایب هستند.

دانش‌آموزان غایب: $\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

افراد غایب	۱	۲۵
کل دانش‌آموزان	۴	۱۰۰

$$\Rightarrow \bigcirc = \frac{1 \times 100}{4} = \frac{25}{1} = 25$$

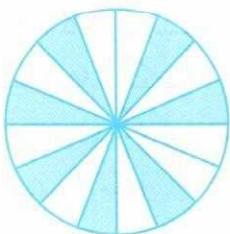
۲۵٪ غایب هستند

مثال: برای تهیه‌ی نوعی واکسن، سه ماده‌ی آنتی ژن‌ها، مواد شیمیایی کمکی و تثبیت‌کننده‌ها را به نسبت‌های ۳ و ۲ و ۳ مخلوط می‌کنند. در این واکسن از هر ماده چند درصد استفاده شده است؟ (اگر ۱۲۰ گرم از این واکسن در یک روز تهیه شود از هر ماده چه مقدار در این واکسن وجود دارد؟)

آنتی ژن‌ها	۳	۳۷/۵	۴۵
مواد شیمیایی کمکی	۲	۲۵	۳۰
تثبیت‌کننده‌ها	۳	۳۷/۵	۴۵
واکسن	۸	۱۰۰	۱۲۰

$\times 12/5$ $\times 15$

مثال: چند درصد شکل مقابل رنگی است؟



رنگی $\frac{7}{16}$

رنگی	۷	$\bigcirc$
کل قسمت‌ها	۱۶	۱۰۰

$$\Rightarrow \bigcirc = \frac{7 \times 100}{16} = \frac{175}{4} = 43 \frac{3}{4}$$

۴۳ / ۷۵٪ شکل رنگی است.

تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

☐ نادرست ☒ درست

۱ اگر ۸٪ دانش‌آموزان مدرسه غایب باشند، یعنی ۹۲٪ آن‌ها در مدرسه حضور دارند.

☐ نادرست ☒ درست

۲ عدد $\frac{3}{5}$ برابر با ۶۰ درصد است.

☒ نادرست ☐ درست

۳ ۱۰٪ از ۳۰٪ یعنی ۱۰ درصد. $\frac{10}{100} \times \frac{30}{100} = \frac{300}{1000} = \frac{3}{100}$

☒ نادرست ☐ درست

۴ اگر کسری بزرگ‌تر از واحد باشد، برابر با ۱۰۰٪ است.

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

۱ ۲۰٪ عدد ۲۰۰ برابر با ۴۰ است. $\frac{20}{100} \times \square = 40 \rightarrow \square = 40 \div \frac{20}{100} = 200$

۲ $\frac{9}{4}$ برابر است با ۲۲۵ درصد. $\frac{9}{4} = \frac{\square}{100} \rightarrow \square = 225$

۳ $\frac{1}{8}$ همان ۱۸۰ درصد است. $\frac{1}{8} = \frac{\square}{100} \rightarrow \square = 12.5$

۴ ۵۶ درصد برابر با کسر $\frac{14}{25}$ است. $\frac{56}{100} = \frac{14}{25} = \frac{28}{50}$ (باسم‌های متعادل دارد)

ج) گزینه‌ی درست را با علامت ☒ مشخص کنید.

۱ در یک سالن تئاتر، $\frac{7}{10}$ تماشاچیان افراد بالای ۵۰ سال بودند. چند درصد این تماشاچیان بالای ۵۰ سال سن داشته‌اند؟

الف) ۲۰٪ ☐ ج) ۷۰٪ ☐ ب) ۳۵٪ ☒ د) ۳۰٪ ☐ ۲ $\frac{1}{5}$ یعنی؟ $\frac{1}{5} = \frac{\square}{100}$

الف) ۲۵٪ ☐ ج) ۲۰٪ ☒ ب) ۵۰٪ ☐ د) ۱۵٪ ☐

۳ ۱۵٪ کدام عدد با $\frac{17}{5}$ درصد عدد ۶۰ برابر است؟ $\frac{15}{100} \times \square = 107.5 \rightarrow \square = \frac{107.5}{\frac{15}{100}} = 716.67$

الف) ۵۰ ☐ ج) ۸۰ ☐ ب) ۶۰ ☐ د) ۷۰ ☒

۴ $\frac{8}{5}$ برابر است با؟ $\frac{8}{5} = \frac{\square}{100} \rightarrow \square = 160$

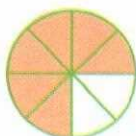
الف) ۸۵۰ درصد ☒ ج) ۸۵ درصد ☐ ب) ۸۵۰ درصد ☐ د) ۱۸۵ درصد ☐

۵ سعید $\frac{3}{5}$ کتابی را خوانده است. چند درصد آن را نخوانده است؟ $\frac{3}{5} = \frac{\square}{100} \rightarrow \square = 60$

الف) ۲۰ درصد ☐ ج) ۴۰ درصد ☒ ب) ۱۰ درصد ☐ د) ۵۰ درصد ☐

د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

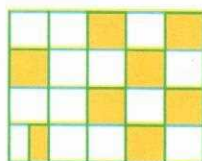
۱ چند درصد از شکل‌های زیر رنگی است؟



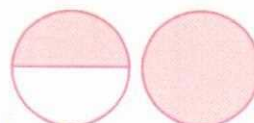
$$\frac{5}{8} = 62.5\%$$



$$\frac{3}{6} = 50\%$$



$$\frac{15}{25} = 60\%$$



$$1 \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 150\%$$

گروه آموزشی گراد



۲ کسره‌های زیر را ابتدا به صورت درصد نمایش دهید، سپس از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

الف) $\frac{1}{3} = \approx 33\%$

ب) $\frac{3}{4} = 75\%$

ج) $\frac{16}{50} = \frac{32}{100} = 32\%$

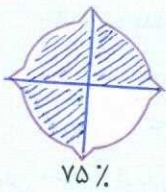
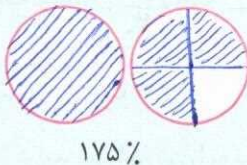
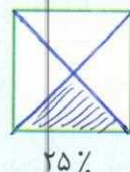
د) $\frac{4}{25} = \frac{16}{100} = 16\%$

و) $\frac{1}{2} = 50\%$

هـ) $\frac{12}{4} = \frac{300}{100} = 300\%$

$\frac{4}{25} < \frac{16}{50} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{3}{4} < \frac{12}{4}$

۳ هر شکل را به اندازه‌ی درصد خواسته شده رنگ کنید.

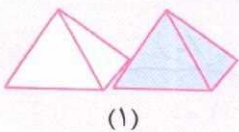
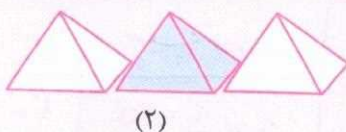
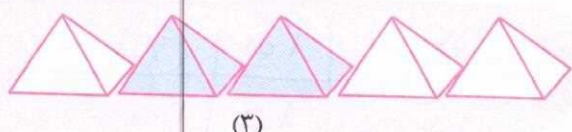


۴ با توجه به حروف زیر، جدول را کامل کنید.

س ر آ س م آ م س م د س م ر
ر س آ ر م آ د ر س م ر س ر

حروف	تعداد	کسری از کل حروف	عدد اعشاری	درصد
ر	۸	$\frac{8}{25}$	۰٫۳۲	۳۲%
م	۶	$\frac{6}{25}$	۰٫۲۴	۲۴%
س	۷	$\frac{7}{25}$	۰٫۲۸	۲۸%
آ	۴	$\frac{4}{25}$	۰٫۱۶	۱۶%

۵ شکل‌های زیر با استفاده از هرم‌های کوچک ساخته شده است، با توجه به آن‌ها، به پرسش‌ها پاسخ دهید.



الف) تقریباً چند درصد شکل (۲) رنگ شده است؟ تقریباً ۳۳ درصد

ب) نسبت قسمت رنگ شده به قسمت رنگ نشده در شکل شماره‌ی (۳) چقدر است؟ $\frac{2}{5}$ یعنی ۵۰٪

ج) چند درصد شکل (۱) رنگ شده است؟ نصف یا ۵۰ درصد

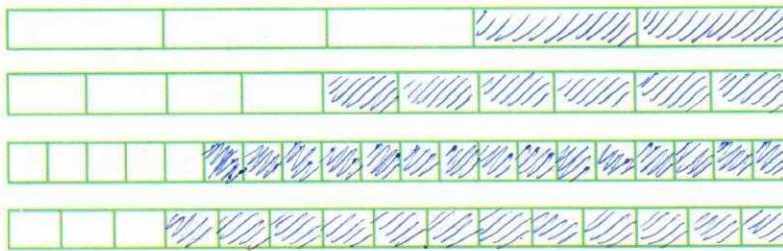
د) چند درصد از هر شکل رنگ نشده است؟

شکل ۳
۳۰٪

شکل ۲
تقریباً ۶۷٪

شکل ۱
۵۰٪

۶ درصد‌های نوشته شده را روی شکل نشان دهید.



۴۰ درصد $\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

۶۰ درصد $\frac{60}{100} = \frac{3}{5}$

۷۵ درصد $\frac{75}{100} = \frac{3}{4} = \frac{15}{20}$

۸۰ درصد $\frac{80}{100} = \frac{4}{5}$

ه) مسئله‌های زیر را حل کنید.

۱ الف) ۳۰ درصد عدد ۱۲۰ چقدر است؟

ب) ۳۰ درصد عددی، ۲۱ است، آن عدد را به دست آورید.
 $\frac{30}{100} \times 120 = 36$
 $\frac{30}{100} \times \square = 21 \rightarrow \square = 21 \div \frac{30}{100} = 21 \times \frac{100}{30} = 70$

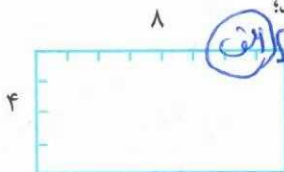
ج) ۳۰، چند درصد از عدد ۱۵۰ است؟

د) $\frac{\square}{100} \times 150 = 30 \rightarrow \square = 30 \div 150 = 0.2 \rightarrow \square = 0.2 \times 100 = 20$

۲ علی ۴۰۰۰۰ تومان پس انداز کرده است. اگر او ۴۰ درصد پس اندازش را به نیازمندان بدهد. چند تومان برای خودش می‌ماند؟

پس انداز من ۴۰۰۰۰ تومان بود.
 $\frac{40}{100} \times 40000 = 16000$
 برای علی باقی مانده است. $40000 - 16000 = 24000$

۳ شکل مقابل، اندازه‌ی کلاس ششم را نشان می‌دهد. اگر در واقعیت هر واحد طول و عرض ۱ متر باشد؛



الف) مساحت کلاس چند متر مربع است؟

ب) نسبت طول و عرض به مساحت کلاس را به صورت درصد نشان دهید.

مساحت کلاس = $8 \times 4 = 32$ متر مربع
 ب) $\frac{\text{طول}}{\text{مساحت}} = \frac{8}{32} = \frac{25}{100} = 25\%$
 $\frac{\text{عرض}}{\text{مساحت}} = \frac{4}{32} = \frac{12.5}{100} = 12.5\%$

۴ از یک کلاس ۲۵ نفره، ۱۵ نفر چپ دست و از یک کلاس ۲۰ نفره ۱۲ نفر چپ دست هستند. تعداد چپ دست‌های هر کلاس چند درصد است؟

چپ دست	۱۵	۶۰
کلاس ۲۵ نفره	۲۵	۱۰۰

چپ دست	۱۲	۶۰
کلاس ۲۰ نفره	۲۰	۱۰۰

۵ فاصله‌ی سبزوار تا اصفهان تقریباً ۱۰۰۰ کیلومتر است. اگر رضا ۴۳۰ کیلومتر از این مسیر را طی کرده باشد، چند درصد دیگر از مسیر را باید طی کند تا به مقصد برسد؟

باقی مانده‌ی مسیر $1000 - 430 = 570$

باقی مانده	۵۷۰	۵۷
کل مسیر	۱۰۰۰	۱۰۰

۵۷ درصد از مسیر باقی مانده است.

گروه آموزشی گراد



کاربرد درصد در محاسبات مالی

همان طور که در ابتدای فصل درصد گفته شد، درصد در بخش وسیعی از زندگی ما دخالت دارد. وقتی می‌خواهیم سود یا ضرر مالی یک شرکت، یا مقدار سودی که یک فروشنده به قیمت محصول خودش اضافه می‌کند، را حساب کنیم، از درصد استفاده می‌کنیم.



به مثال‌های زیر دقت کنید:

- در سال ۱۳۹۰ حدود ۸۵ درصد از جمعیت کشورمان با سواد شده بودند.
- مصرف سوخت نیروگاهی در سال ۱۳۹۴ نسبت به سال قبل، از آن ۲۲٪ کاهش داشته است.
- تورم کشور در دی ماه سال ۱۴۰۲، برابر با ۴۳/۶ درصد اعلام شده است.
- واژه‌هایی مثل تخفیف، سود و مالیات در معاملات به کاربرده می‌شوند.

سود

منظور از سود در فروش یک کالا، این است که مبلغی بیش‌تر از قیمت اولیه‌ی کالا از مشتری دریافت کنیم.

افزایش، تورم، زیاد شدن، مالیات، رشد و جهش همه به معنای سود است.

مثال: اگر کالایی را به قیمت ۱۵۰۰۰ تومان خریداری کنیم و بخواهیم آن را با ۲۵ درصد سود بفروشیم، آن‌گاه باید قیمت این کالا را ۱۸۷۵۰ تومان اعلام کنیم. به این روش‌ها برای محاسبه‌ی مقدار سود دقت کنید.

روش ۱: درصد سود ۲۵ درصد بوده است. پس ۲۵ درصد به قیمت کل یعنی ۱۰۰ درصد

اضافه می‌کنیم.

	درصد	مقدارهای واقعی
سود	۲۵	۳۷۵۰
قیمت خرید	۱۰۰	۱۵۰۰۰
قیمت فروش	۱۲۵	۱۸۷۵۰

یعنی $100\% + 25\% = 125\%$ قیمت کالا را دریافت می‌کنیم.

با استفاده از جدول تناسب قیمت کالا، سود و قیمت فروش کالا را مشخص می‌کنیم.

- قیمت خرید کالا را می‌توان با مقدار سود جمع بست.

$$15000 + 3750 = 18750$$

روش ۲: ۲۵ درصد سود، روی ۱۰۰ درصد قیمت خرید کالا در نظر گرفته‌ایم، پس باید ۱۲۵ درصد یا $1/25$ قیمت خریداری

شده را دریافت کنیم. بنابراین:

$$15000 \times \frac{125}{100} = 18750 \quad \text{یا} \quad 15000 \times \frac{1}{25} = 18750$$

در برخی از مسئله‌ها مقدار سود و مبلغ فروش مشخص است.



مثال: اگر قیمت کالایی بعد از افزایش ۱۰ درصد سود، مبلغ ۸۸۰۰ تومان اعلام شود، قیمت خرید این کالا چه قدر بوده است؟

وقتی ۱۰ درصد به قیمت کالایی اضافه کرده‌ایم یعنی $10\% + 100\% = 110\%$ ، قیمت خریداری شده را برای فروش کالا اعلام کرده‌ایم پس ۸۸۰۰ تومان همان ۱۱۰ درصد قیمت کالا است.

قیمت فروش	۱۱۰	۸۸۰۰	
سود	۱۰	۸۰۰	$\rightarrow \bigcirc = \frac{10 \times 8800}{110} = \frac{88000}{110} = 800$ سود
قیمت خرید	۱۰۰	۸۰۰۰	$\rightarrow \bigcirc = \frac{100 \times 800}{10} = 8000$ خرید

برای به دست آوردن مبلغ سود و قیمت خرید، از روش‌های حل جدول تناسب که در ابتدای فصل گفته شده، استفاده می‌کنیم.

در بعضی از مسأله‌ها، قیمت خرید و فروش کالا را اعلام می‌کنند و می‌خواهند تا درصد سود را مشخص کنیم.

به مثال زیر توجه کنید:

فهراد کالایی را به قیمت ۸۰۰۰ تومان خرید و آن را به قیمت ۹۰۰۰ تومان فروخت. او در این معامله چند درصد سود کرده است؟

	$\div 80$		مبلغ سود $9000 - 8000 = 1000$
قیمت خرید	۸۰۰۰	۱۰۰	
سود	۱۰۰۰	۱۲/۵	۱۲/۵ درصد سود کرده است.
	$\div 80$		

مالیات

مالیات، مقدار پولی است که به قیمت کالاها یا اجناس اضافه می‌شود و از مشتریان دریافت می‌شود، که فروشنده باید این مبلغ را به خزانه دولت واریز نماید. و حق استفاده آن را برای خود ندارد.

- در محاسبات مالی همیشه قیمت اولیه یا قیمت اصلی کالا 100% در نظر گرفته می‌شود.

- درصد مالیات و درصد سود همیشه به قیمت اولیه کالا اضافه می‌شود و قیمت کالا را افزایش می‌دهند.

مثال: فروشنده‌ای قیمت کالایی را پس از محاسبه‌ی ۵ درصد مالیات بر ارزش افزوده ۲۱۰۰۰ تومان اعلام کرده است. قیمت اولیه این کالا قبل از مالیات چه قدر بوده است؟

قیمت کالا با مالیات $100\% + 5\% = 105\%$

خرید کالا یا مالیات	۱۰۵	۲۱۰۰۰	
قیمت اولیه	۱۰۰	۲۰۰۰۰	$\rightarrow \bigcirc = \frac{100 \times 21000}{105} = \frac{2100000}{105} = 20000$

قیمت اولیه‌ی کالا، ۲۰۰۰۰ تومان بوده است.



تخفیف

ضرر، زیان، کم شدن، افت، ریزش و کاهش به معنای تخفیف است و در واقع از ۱۰۰٪ کم می‌شود. حالت‌های مختلف تخفیف به سه صورت است.

۱- قیمت کالا بدون تخفیف (قیمت اولیه)

مثال: پارسا بستنی‌هایش را با ۱۵٪ تخفیف می‌فروشد. برای بستنی که قیمت آن ۱۰۲۰۰ تومان است، چند تومان باید بپردازیم؟ مقدار تخفیف چند تومان است؟

تخفیف	۱۵	۱۵۳۰
قیمت بعد از تخفیف	۱۰۰	۱۰۲۰۰

قیمت بعد از تخفیف = درصد تخفیف - قیمت اولیه (قبل از تخفیف)

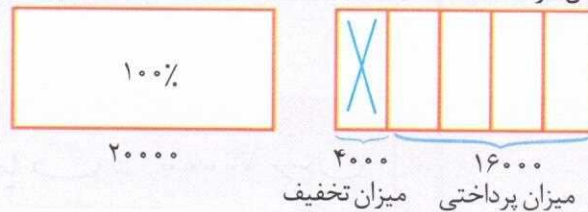
$$۱۰۰ - ۱۵ = ۸۵$$

$$۱۰۲۰۰ - ۱۵۳۰ = ۸۶۷۰$$

۲- قیمت فروش (نهایی)

می‌خواهیم کتاب ۲۰۰۰۰ تومانی را با ۲۰٪ تخفیف بخریم. چند تومان باید بپردازیم؟
- از جدول تناسب استفاده می‌کنیم:
در نهایت باید ۱۶۰۰۰ تومان بپردازیم.
از طریق شکل هم می‌توان این مسائل را حل کرد.

تخفیف	۲۰	۴۰۰۰
قیمت اولیه	۱۰۰	۲۰۰۰۰
قیمت پرداختی	۸۰	۱۶۰۰۰



تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- اگر کالایی را با ۳۵٪ تخفیف بخریم، یعنی ما باید مبلغ ۷۵٪ برای خرید آن کالا پول پرداخت کنیم. ☒ درست ☐ نادرست
- مقدار ۲۰۰۰ تومانی با ۲۰ درصد تخفیف، به مبلغ ۱۶۰۰ تومان فروخته می‌شود. ☐ درست ☒ نادرست
- اگر قیمت کالایی ۴ برابر شود، قیمت آن کالا ۴۰۰٪ افزایش داشته است. ☐ درست ☒ نادرست
- ۳۰ درصد عدد ۶۰، بیشتر از ۴۰ درصد عدد ۴۰ است. ☐ درست ☒ نادرست

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

- یک کتاب داستان ۶۰۰۰ تومانی با ۱۰ درصد سود، به مبلغ ۶۶۰۰ تومان فروخته می‌شود. ☐ درست ☒ نادرست
- برای درست کردن نوعی کیک محلی، آرد و آب را به نسبت ۹ به ۳ مخلوط می‌کنیم، ۲۵ درصد از این مخلوط آب است. ☐ درست ☒ نادرست

$$\frac{\text{آب}}{\text{مخلوط}} = \frac{۳}{۱۲} = \frac{۱}{۴} = ۲۵\%$$

انتشارات گراد

۳ ۴ درصد مالیات بر ارزش افزوده، یعنی فروشنده باید درصد از قیمت خرید را بابت مالیات، از خریدار دریافت کند.

۴ رضا با ۴۰٪ پولش، ۸ عدد پاک کن ۲۵۰ تومانی خرید، بخش باقی مانده‌ی پول او ۳۰۰۰ تومان است. $\frac{4}{100} \times \square = 8 \times 250 = 2000 \rightarrow \square = 2000 \div \frac{4}{100} = 2000 \times \frac{100}{4} = 5000$

(ج) گزینه‌ی درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

۱ اگر ۱۱٪ از عددی، برابر با ۱۳۲ باشد. ۱۱۱ درصد از آن کدام است؟ $\frac{11}{100} \times \square = 132 \rightarrow \square = 132 \div \frac{11}{100} = 1200 \rightarrow \frac{111}{100} \times 1200 = 1332$
 (الف) ۱۴۳۲ (ب) ۱۳۳۲ (ج) ۱۲۳۴ (د) ۱۴۱۲

۲ اگر قیمت اتویی ۱/۶ میلیون تومان و مالیات بر ارزش افزوده‌ی آن ۳/۵ درصد باشد، فروشنده، اتو را به چه قیمتی خواهد فروخت؟ $\frac{3}{5} \times 140000 = 84000$
 (الف) ۱۶۶۵۰۰۰ تومان (ب) ۵۶۰۰۰ تومان (ج) ۱۵۵۶۰۰۰ تومان (د) ۱۶۵۶۰۰۰ تومان

۳ اگر قیمت یک جامدادی از ۶۰ تومان به ۷۵ تومان افزایش پیدا کند. درصد افزایش کدام است؟
 (الف) ۱۵٪ (ب) ۲۰٪ (ج) ۲۵٪ (د) ۳۰٪

۴ در یک قنادی به مبلغ فاکتور ۹ درصد مالیات بر ارزش افزوده تعلق می‌گیرد. اگر مبلغ فاکتور ۷۰۰۰۰ تومان باشد، چند تومان مالیات به آن اضافه می‌شود؟

(الف) ۶۳۰۰ (ب) ۷۶۳۰۰ (ج) ۷۰۰۰ (د) ۷۷۰۰۰
 ۹ | ۷۰۰۰۰
 ۶۳ | ۱۲۸۰۰
 ۱۰۹ |

(د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

۱ در یک فروشگاه به مبلغی که روی فاکتور است، ۵ درصد مالیات اضافه می‌شود. اگر مبلغ فاکتور ۲۰۰۰۰۰ تومان باشد، چند تومان مالیات به آن افزوده می‌شود؟

میزان مالیات = ۱۰۰۰۰ تومان

مالیات	۵	۱۰۰۰۰
قیمت اولیه	۱۰۰	۲۰۰۰۰۰
قیمت بعد از مالیات	۱۰۵	۲۱۰۰۰۰

۲ قیمت یک کتاب ۴۸۰۰۰ تومان است. اگر فروشنده بخواهد آن را با ۲۰ درصد تخفیف بفروشد، کتاب با چه قیمتی به فروش می‌رسد؟

۲۰٪

تخفیف	۲۰	۹۶۰۰
قیمت اولیه	۱۰۰	۴۸۰۰۰
قیمت بعد از تخفیف	۸۰	۳۸۴۰۰

۳ آقای رضایی یکی از سهامداران یک شرکت فروشگاه‌های زنجیره‌ای است، که امسال به سهام آن، ۲۵ درصد سود تعلق گرفته است. اگر مبلغ سپرده‌ی سهام آقای رضایی ۳۰۰۰۰۰۰۰ تومان باشد. او چند تومان سود کرده است؟

سود	۲۵	۷۵۰۰۰۰۰
قیمت اولیه	۱۰۰	۳۰۰۰۰۰۰۰
قیمت بعد از سود	۱۲۵	۳۷۵۰۰۰۰۰

۳۷۵۰۰۰۰۰



سود	۵۰۰۰	۱۲,۵
قیمت اولیه	۴۰۰۰۰	۱۰۰
قیمت بعد از سود	۴۵۰۰۰	۱۱۲,۵

۴ شهاب تعدادی قطعه‌ای آهنی را به مبلغ ۴۰۰۰۰ تومان خریده و آن‌ها را به قیمت ۴۵۰۰۰ تومان فروخته است.

(الف) او هنگام فروش هر قطعه چند درصد سود کرده است؟

(ب) اگر او برای فروش هر قطعه فقط ۱۵٪ سود می‌گرفت، قیمت فروش هر قطعه آهنی را چه قدر باید اعلام می‌کرد؟

(الف) $= 12,5\%$

(ب)

سود	۶۰۰۰	۱۵
قیمت اولیه	۴۰۰۰۰	۱۰۰
قیمت بعد از سود	۴۶۰۰۰	۱۱۵

۵ قیمت کالایی ۸۰۰۰ تومان است. اگر فروشنده ۲۵ درصد تخفیف بدهد، خریدار چند تومان باید پرداخت کند؟

تخفیف	۲۵	۲۰۰۰
قیمت اولیه	۱۰۰	۸۰۰۰
قیمت بعد از تخفیف	۷۵	۶۰۰۰

۶ قیمت یک دستگاه یخچال، ۳۶ میلیون تومان است. به این کالا ۴ درصد مالیات بر ارزش افزوده تعلق می‌گیرد. اگر علی بخواهد این یخچال

را با ۱۵٪ تخفیف خریداری کند، چند تومان باید بپردازد؟

مالیات	۴	۱۴۴۰۰۰۰
قیمت اولیه	۱۰۰	۳۶۰۰۰۰۰۰
قیمت بعد از مالیات	۱۰۴	۳۷۴۴۰۰۰۰

تخفیف	۱۵	۵۶۱۹۰۰۰
قیمت اولیه	۱۰۰	۳۷۴۴۰۰۰۰
قیمت بعد از تخفیف	۸۵	۳۱۸۲۴۰۰۰

۷ اگر یک شرکت فروش لوازم خانگی هنگام فروش هر محصول خود، ۲/۵ درصد مالیات بر ارزش افزوده بگیرد، یک وسیله‌ای ۲۰ میلیون

تومانی را چه قدر می‌فروشد؟

مالیات	۲,۵	۵۰۰۰۰۰
قیمت اولیه	۱۰۰	۲۰۰۰۰۰۰۰
قیمت بعد از مالیات	۱۰۲,۵	۲۰۵۰۰۰۰۰

۸ برای جدول مقابل یک مسئله طراحی کرده و آن را حل کنید.

۱۰۰	۱۸۰۰
۲۵	۴۵۰
۱۲۵	۲۲۵۰

یک مادی تصمیم گرفته است که وزن بسته بندی محصولات خود را ۲۵ درصد افزایش دهد. اگر هزینه لیگ کردنی بسته بندی جدید ۲۲۵۰ گرم وزن داشته باشد، وزن قبلی بسته های لیگ کردنی چند گرم بوده است؟ (۱۸۰۰ گرم)

وزن بسته جدید هم افزایش پیدا کرده است؟ (۴۵۰ گرم)

کاربرد درصد در آمار و احتمال

نمودار: نمودارها، برای نمایش دادن اطلاعات مفید هستند و قادرند به سرعت، اطلاعات را با خطوط، ارقام، محورها و دایره‌ها به ساده‌ترین صورت منتقل کنند.

از نظر ظاهری و نحوه‌ی نمایش اطلاعات، نمودارها با یکدیگر تفاوت دارند.

به طور کلی نمودارها دارای انواع گوناگون هستند که برخی از آنها کاربرد بیشتری دارند.

مثال: ۱- نمودار خطی ۲- نمودار ستونی ۳- نمودار دایره‌ای

نمودار خطی

نموداری است که روند تغییرات را در گذر زمان به خوبی نمایش می‌دهد.

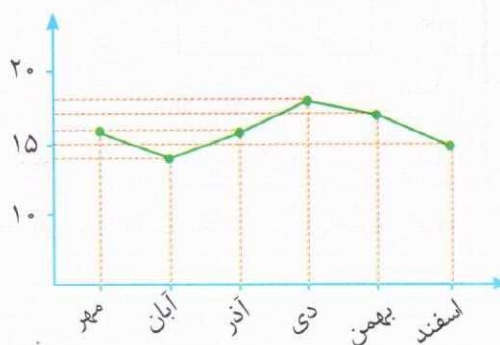
مثال: اگر اطلاعات مربوط به نمره‌های دانش‌آموزان را در ماه‌های مختلف سال داشته باشیم برای رسم نمودار خطی آن به این صورت عمل می‌کنیم:

ابتدا دو محور عمودی و افقی را رسم کرده و اطلاعات ماه را روی محور افقی و اطلاعات عددی را روی محور عمودی می‌نویسیم.

سپس نمره‌ی هر ماه را با نقطه روی نمودار مشخص می‌کنیم.

نقاط را به هم وصل می‌کنیم. نقاط وصل شده به صورت یک خط می‌باشد که تغییر نمرات را نمایش می‌دهد.

ماه	نمره
مهر	۱۶
آبان	۱۴
آذر	۱۶
دی	۱۸
بهمن	۱۷
اسفند	۱۵



نمودار ستونی

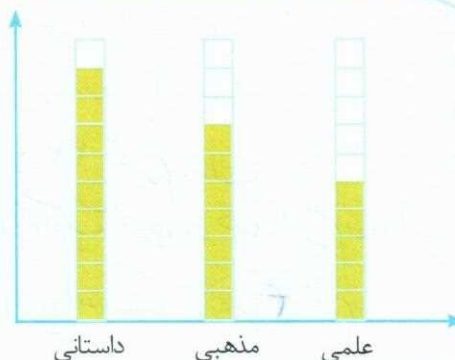
اگر اطلاعات کتاب‌های کتابخانه‌ی کلاسی را به صورت زیر داشته باشیم، می‌توانیم آن را به صورت نمودار نمایش دهیم:

دو نمودار افقی و عمودی رسم می‌کنیم، اطلاعاتمان در مورد انواع کتاب‌های داستانی، مذهبی و علمی را روی محور افقی و تعداد را روی محور عمودی می‌نویسیم.

سپس روی محور افقی سه تا ستون می‌کشیم که اندازه‌ی این ستون‌ها باید برابر باشد (ستون‌های رسم شده ۱۰ خانه دارد). با

مراجعه به جدول اطلاعات، به تعداد کتاب‌های داستانی، مذهبی و علمی از مربع‌ها (خانه‌ها) رنگ می‌زنیم.

کتاب	چوب خط	تعداد
داستانی	###	۹
مذهبی	###	۷
علمی	###	۵
مجموع	###	۲۱





نکته



برای رنگ کردن ستون‌ها باید از پایین به بالا، شروع به رنگ زدن کنیم.

حال با یک نگاه به نمودار، می‌توانیم اطلاعات را با هم مقایسه کنیم: علمی > مذهبی > داستانی

نمودار دایره‌ای

این نمودار زمانی استفاده می‌شود که بخواهیم نسبت یک داده به کل داده‌ها را نمایش دهیم. در نمودار دایره‌ای مقدارها را با درصد نشان می‌دهیم. مثل نسبت پرتقال‌ها به کل میوه‌ها.

مثال ۱: در یخچال انواع میوه داریم که تعداد هر یک از آن‌ها را نوشته‌ایم، برای رسم نمودار دایره‌ای، ابتدا درصدها را محاسبه می‌کنیم (از هر میوه چند درصد داریم).

درصد هر میوه را جداگانه بدست می‌آوریم و مجموع میوه‌ها را ۱۰۰ درصد در نظر می‌گیریم. سپس با استفاده از جدول تناسب درصد هر میوه را نسبت به کل میوه‌ها به دست می‌آوریم و اطلاعات را روی نمودار دایره‌ای نشان می‌دهیم.

چون تقسیم کردن دایره به ۱۰۰ قسمت، کاری سخت است، آن را به ۱۰ قسمت تقسیم کرده و هر قسمت را ۱۰ درصد در نظر می‌گیریم

برای موز ← یک قسمت ۱۰ تایی و نصف یک قسمت.

برای هندوانه ← دو قسمت ۱۰ تایی

برای آلوچه ← سه قسمت ۱۰ تایی

برای توت فرنگی ← یک قسمت ۱۰ تایی

برای پرتقال ← دو قسمت ۱۰ تایی و نصف یک قسمت در نظر می‌گیریم.

۳ = موز

۴ = هندوانه

۶ = آلوچه

۲ = توت فرنگی

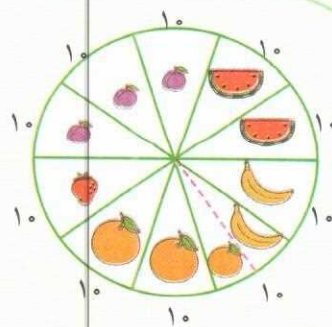
۵ = پرتقال

نکته



بر روی نمودار بالا برای نشان دادن درصد پرتقال و موز باید یکی از قسمت‌ها را نصف کنیم تا ۲۵ و ۱۵ درصد را روی نمودار نشان دهیم.

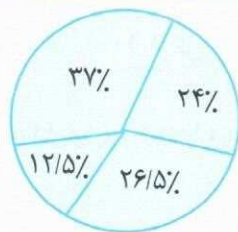
میوه	پرتقال	موز	هندوانه	آلوچه	توت فرنگی	جمع کل
تعداد	۵	۳	۴	۶	۲	۲۰
درصد	۲۵	۱۵	۲۰	۳۰	۱۰	۱۰۰



نکته



گاهی اوقات درصدها مضرب ۵ یا ۱۰ نیستند مثلاً ۲۲ درصد و یا ۳۸ درصد؛ در این موارد تقسیم بندی فرضی دایره را طوری انجام می‌دهیم که تقریباً برابر با اعداد مورد نظر باشد و درصد هر یک را درون آن یا کنارش می‌نویسیم. **مثل:**



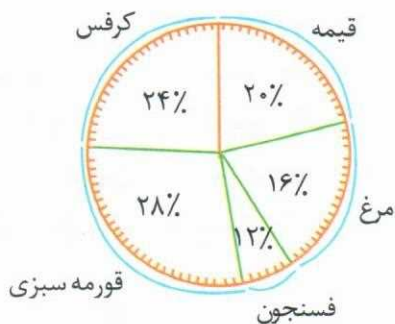
انتشارات گراد

مثال ۲:

در جدول زیر از افراد حاضر در یک مهمانی، تعداد خانواده‌های علاقمند به انواع خورش‌ها نوشته شده است. همانطور که می‌بینید در مجموع از ۲۵ خانواده نظر سنجی شده است. حالا اگر نسبت تعداد هر گروه از علاقمندان را به ۲۵ به دست آوریم و در ۱۰۰ ضرب کنیم، درصد علاقمندی به هر غذا مشخص می‌شود.

نام خورش	قیمه	مرغ	فسنجون	قورمه سبزی	کرفس
تعداد خانواده‌های علاقمند	۵	۴	۳	۷	۶
درصد	۲۰٪	۱۶٪	۱۲٪	۲۸٪	۲۴٪

$$\begin{aligned} \text{قیمه} &= \frac{5}{25} \times 100 = 20\% & \text{فسنجون} &= \frac{3}{25} \times 100 = 12\% & \text{قورمه سبزی} &= \frac{7}{25} \times 100 = 28\% \\ \text{کرفس} &= \frac{6}{25} \times 100 = 24\% & \text{مرغ} &= \frac{4}{25} \times 100 = 16\% \end{aligned}$$



حالا می‌خواهیم از نمودار دایره‌ای برای نمایش تعداد و درصد علاقمندان استفاده کنیم. به این صورت که نمودار دایره‌ای که کل است را ۱۰۰ درصد در نظر می‌گیریم و با تقسیم بندی، تقریباً درصد علاقمندان هر خورش را نشان می‌دهیم.

تاس و سکه

توجه داشته باشید هر سکه ۲ حالت (پشت و رو) و هر تاس ۶ وجه دارد.

سکه

- یک سکه را ۱۰۰۰ بار انداخته‌ایم که ۵۶۲٪ پشت و ۴۳۸٪ رو آمده است. می‌خواهیم ببینیم در چندبار آزمایش، سکه، رو و در چند بار آزمایش سکه پشت آمده است؟

پشت	۵۶۲	۵۶۲/۲
کل	۱۰۰۰	۱۰۰

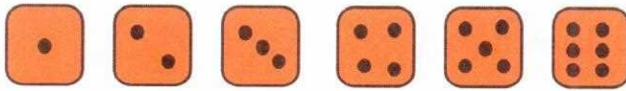
رو	۴۳۸	۴۳۸/۸
کل	۱۰۰۰	۱۰۰

در این آزمایش، سکه ۴۳۸ بار، رو و ۵۶۲ بار، پشت آمده است.



تاس

وقتی یک تاس را می‌اندازیم یکی از ۶ وجه تاس ظاهر می‌شود. پس در ۶۰ مرتبه پرتاب یک تاس انتظار داریم هر کدام از وجه‌های تاس (عدد ۱ تا ۶) را تقریباً ۱۰ مرتبه مشاهده کنیم. هر چند که در واقعیت این انتظار کاملاً برآورده نمی‌شود و فقط احتمال وقوع آن وجود دارد.



در آزمایش پرتاب تاس، احتمال وقوع یا ظاهر شدن هر عدد، از نصف (۵۰ درصد) کمتر است.
احتمال ظاهر شدن عدد فرد ۵۰ درصد است.
احتمال ظاهر شدن عدد زوج ۵۰ درصد است.



در پرتاب یک تاس:

- عدد فرد بیاید ← احتمال برابر نصف ۵۰٪
- مضرب ۲ بیاید ← احتمال نصف ۵۰٪
- عدد بزرگ‌تر از ۳ بیاید ← احتمال برابر نصف ۵۰٪
- عدد کوچک‌تر از ۵ بیاید ← احتمال بیشتر از نصف
- عدد بزرگ‌تر از ۱ بیاید ← احتمال بیشتر از نصف

تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- | | |
|--|--|
| ☒ نادرست | ☐ درست |
| ☒ نادرست | ☐ درست |
| ☐ نادرست | ☒ درست |
| ☒ نادرست | ☐ درست |

- ۱ از نمودار دایره‌ای در همه‌ی محاسبات در صدی می‌توان استفاده کرد.
- ۲ در پرتاب تاس، احتمال آمدن عدد ۲ از نصف بیشتر است.
- ۳ در پرتاب سکه، احتمال آمدن رو و پشت ۵۰ است.
- ۴ در پرتاب تاس، احتمال آمدن اعداد کمتر از ۳ از ۵۰٪ بیشتر است.

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

- ۱ در پرتاب تاس انتظار داریم احتمال دیدن عدد ۲، ۱ به ۶ باشد.
- ۲ در پرتاب یک تاس احتمال اینکه عدد ۵ بیاید از نصف کمتر است.
- ۳ در پرتاب یک سکه انتظار داریم ۵۰ درصد رو بیاید.
- ۴ وقتی سکه‌ای را ۱۰ بار می‌اندازیم، انتظار داریم ۵ بار پشت بیاید.

ج) گزینه‌ی درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

اعداد تاس	۱	۲	۳	۴	۵	۶
تعداد ظاهر شده	۵	۳	۴	۸	۳	۷

۱) اگر یک تاس را ۳۰ بار پرتاب کنیم و اعداد زیر ظاهر شوند:

چند درصد عدد ۲ آمده است؟

- الف) ۲۰٪ ☐
 ب) ۲۸٪ ☐
 ج) ۱۲٪ ☐
 د) ۱۰٪ ☒

$$\frac{\text{تعداد ظاهر شده}}{\text{تعداد پرتاب}} = \frac{۳}{۳۰} = \frac{۱۰}{۱۰۰} = ۱۰\%$$

۲) سکه‌ای را ۸۰۰ بار پرتاب کردیم ۳۷/۵٪ پشت و ۶۲/۵٪ رو آمده است. این سکه به ترتیب چند بار رو و چند بار پشت آمده است؟

۴۲۱۵	۵۰۰
۳۷۲۵	۳۰۰
۱۰۰	۸۰۰

- الف) ۳۰۰ بار رو - ۵۰۰ بار پشت ☐
 ب) ۴۰۰ بار رو - ۴۰۰ بار پشت ☐
 ج) ۵۰۰ بار رو - ۳۰۰ بار پشت ☒
 د) ۲۰۰ بار رو - ۶۰۰ بار پشت ☐

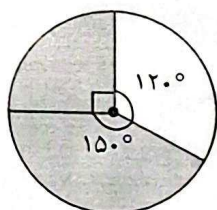


۳) جمعیت کل جهان حدود ۷ میلیارد نفر است، با توجه به نمودار مقابل، جمعیت آسیا چند نفر است؟

۴۲۷۰۰۰۰۰۰۰	۹۱
۷۸۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۷۸

- الف) ۹۱۰ میلیون نفر ☐
 ب) ۴۲۷۰,۰۰۰,۰۰۰ نفر ☒
 ج) ۷۸۰ میلیون نفر ☐
 د) ۸۳۰ میلیون نفر ☐

د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)



$$\frac{۱۲۰}{۳۶۰} = \frac{۱}{۳} = \frac{۲۵}{۱۰۰} = ۲۵\%$$

$$\frac{۱۵۰}{۳۶۰} = \frac{۴۲}{۱۰۰} = ۴۲\%$$

$$\frac{۱۲۰}{۳۶۰} = \frac{۳۳}{۱۰۰} = ۳۳\%$$

۱) در نمودار دایره‌ای مقابل درصد قسمت‌های رنگی را حساب کنید.

۲) در یک انبار حبوبات، چهار نوع لوبیا وجود دارد. با توجه به جرم آن‌ها، درصد مربوط به هر یک را حساب کنید. سپس روی نمودار دایره‌ای، درصد هر نوع لوبیا را مشخص کنید.

لوبیا	نوع اول	نوع دوم	نوع سوم	نوع چهارم
جرم	۱۲۰	۶۰	۲۴۰	۸۰
درصد	۲۴٪	۱۲٪	۴۸٪	۱۶٪

$$\frac{۱۲۰}{۵۰۰} = \frac{۲۴}{۱۰۰} = ۲۴\%$$

$$\frac{۶۰}{۵۰۰} = \frac{۱۲}{۱۰۰} = ۱۲\%$$

$$\frac{۲۴۰}{۵۰۰} = \frac{۴۸}{۱۰۰} = ۴۸\%$$

$$\frac{۸۰}{۵۰۰} = \frac{۱۶}{۱۰۰} = ۱۶\%$$

۳) تعداد دانش‌آموزان دختر مدرسه‌ی آل احمد ۵۰۰ نفر می‌باشد که از این تعداد ۲۴۵ نفر در دوره‌ی اول (اول - دوم - سوم) و تعداد ۲۵۵ نفر در دوره‌ی دوم (چهارم - پنجم - ششم) مشغول به تحصیل هستند. جدول زیر را با استفاده از اطلاعات بالا کامل کرده، سپس نمودار دایره‌ای آن را به کمک نقاله رسم کنید.

دوره تحصیلی	تعداد	درصد	زاویه
اول	۲۴۵	۴۹٪	۱۷۶,۴
دوم	۲۵۵	۵۱٪	۱۸۳,۶



گروه آموزشی گراد



۴) یک سکه را ۲۰۰۰ بار پرتاب کرده‌ایم؛ 28% رو و 71% پشت آمده است.

الف) در چند بار پرتاب سکه، پشت آمده است؟

ب) در چند بار پرتاب، سکه رو آمده است؟

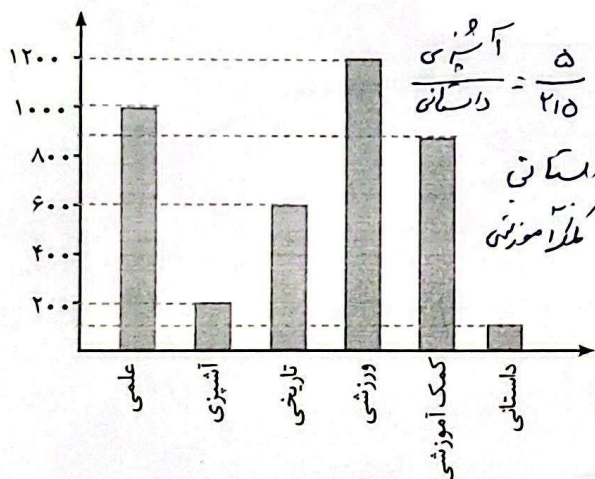
ج) اگر همین سکه را برای بار ۲۰۰۱ ام پرتاب کنیم، چند درصد احتمال دارد رو بیاید؟

رو	۵۶۶	۲۸۱۳
پشت	۱۴۳۴	۷۱۱۷
کل	۲۰۰۰	۱۰۰

ح. احتمال یعنی عدد و تخمین

هر چند در پرتاب این سکه بیشترین تعداد برابر است سکه بوده است اما در بار ۲۰۰۱ ام باز هم احتمال رو و پشت آمده سکه باز هم به در صد است.

۵) در نمایشگاه کتاب تهران، انتشاراتی ۴۰۰۰ جلد کتاب فروخته است. مقدار فروش هر دسته از کتاب‌ها، در نمودار مقابل دیده می‌شود:



الف) درصد فروش کتاب‌ها در موضوعات مختلف چه مقدار بوده است؟

ب) نسبت کتاب‌های آشپزی به کتاب‌های داستانی را به دست آورید.

ج) چند درصد کتاب‌های فروخته شده، کمک آموزشی می‌باشد؟

$$\frac{\text{داستانی}}{\text{کل}} = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 10\%$$

$$\frac{\text{کمک آموزشی}}{\text{کل}} = \frac{85}{100} = \frac{17}{20} = 85\%$$

$$\frac{\text{ورزشی}}{\text{کل}} = \frac{120}{100} = \frac{12}{10} = 120\%$$

$$\frac{\text{طنز}}{\text{کل}} = \frac{60}{100} = \frac{6}{10} = 60\%$$

$$\frac{\text{ادبی}}{\text{کل}} = \frac{20}{100} = \frac{2}{10} = 20\%$$

$$\frac{\text{علمی}}{\text{کل}} = \frac{100}{100} = 100\%$$

۶) یک تاس را ۱۲۰۰ بار پرتاب کرده‌ایم. ۱۹ درصد عدد (۵) و 18% درصد عدد (۱) آمده است.

الف) چند بار عدد ۱ و چند بار عدد ۵ آمده است؟ عدد ۱ مقدار ۲۲۲ بار و عدد ۵ مقدار ۲۲۸ بار ظاهر شده است.

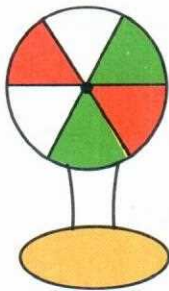
ب) چند بار اعدادی غیر از ۱ و ۵ می‌آید؟

$$222 + 228 = 450 \quad 1200 - 450 = 750$$

عدد تاس	۱	۵	۱	۵
تعداد ظاهر شده	۲۲۲	۲۲۸	۲۲۲	۲۲۸
کل تعداد پرتاب	۱۰۰	۱۰۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰

× ۱۲

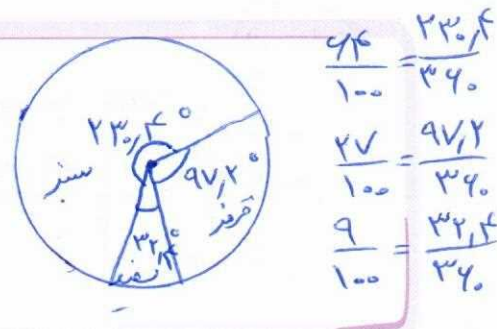
۷ چرخنده‌ی زیر را ۱۰۰۰ بار چرخانده‌ایم. ۶۴۰ بار روی رنگ سبز و ۲۷۰ بار روی رنگ قرمز و ۹۰ بار روی رنگ سفید ایستاده است. (الف) درصد مربوط به هر رنگ را به دست آورید.



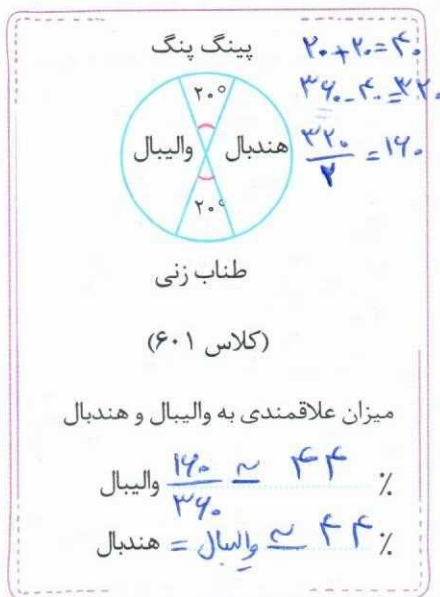
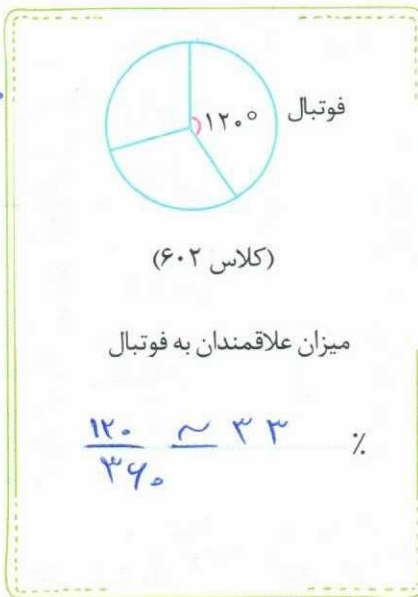
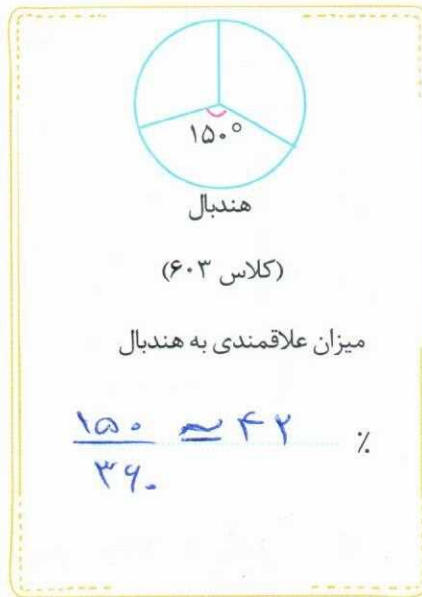
(ب) نمودار دایره‌ای مربوطه را رسم کرده و زاویه‌ی مربوط به هر رنگ در نمودار دایره‌ای را محاسبه کنید.

(الف)

سبز	۶۴۰	۶۴
قرمز	۲۷۰	۲۷
سفید	۹۰	۹
کل (تواتر)	۱۰۰۰	۱۰۰



۸ هر یک از نمودارهای زیر، میزان علاقمندی دانش‌آموزان کلاس ششم، به ورزش‌های مختلف را نشان می‌دهد. درصدهای خواسته شده در هر کلاس را به دست آورید.



فصل ۲

تقریب



درس نامه

تقریب

در صحبت‌های روزمره در بیان بعضی اعداد و مقادیر، اندازه‌های دقیق و واقعی بیان نمی‌شود. به مثال‌های زیر دقت کنید:

وقتی در خرید یک لباس ۱۴۰۲۰۰ تومان پول پرداخت کرده‌ایم، می‌گوییم تقریباً ۱۴۰۰۰۰ تومان پرداخته‌ایم.

اگر جرم جسمی که با ترازو اندازه می‌گیریم ۵/۸۵ کیلوگرم باشد، می‌گوییم تقریباً ۶ کیلوگرم است.

مقادیر و اندازه‌های تقریبی برای سهولت و سرعت در محاسبات به کار برده می‌شوند. هر چند نتیجه‌ی این محاسبات ممکن است دقیق نباشد، ولی به مقدار واقعی نزدیک‌تر است.

در محاسبات تقریبی، برای نشان دادن مقدار تقریب از علامت $\approx$ استفاده می‌شود.

$$9/5 \approx 10$$

$$99 \approx 100$$

($\approx$: یعنی تقریباً برابر است با)

تقریب به معنای نزدیک کردن است.

عدد ۹۹ بین ۹۰ و ۱۰۰ قرار گرفته است. و فاصله‌اش تا ۹۰، نه واحد و تا ۱۰۰ یک واحد است پس ۹۹ به ۱۰۰ نزدیک‌تر است و می‌گوییم ۹۹ تقریباً برابر با ۱۰۰ است.

در کلاس دوم و سوم تا حدودی با مفهوم تقریب آشنا شده‌اید.

نزدیک‌تر

$$300 \leftarrow 293 \rightarrow 290$$

نزدیک‌تر

$$1500 \leftarrow 1403 \rightarrow 1400$$

نزدیک‌تر

نزدیک‌تر

$$20,000 \leftarrow 19736 \rightarrow 19,000$$

نزدیک‌تر

$$19740 \leftarrow 19736 \rightarrow 19730$$

مثال:

$$19700 \leftarrow 19736 \rightarrow 19800$$

نزدیک‌تر

برای تقریب زدن اعداد از دو روش استفاده می‌کنیم:

- ۱- روش قطع کردن
- ۲- روش گرد کردن

روش قطع کردن

$$1326 \xrightarrow{100}$$

به این مثال توجه کنید: می‌خواهیم عدد زیر را با تقریب کمتر از ۱۰۰ قطع کنیم.

ابتدا مرتبه‌ی تقریب را مشخص می‌کنیم در اینجا می‌خواهیم با تقریب کمتر از ۱۰۰ عدد را بنویسیم، پس مرتبه‌ی صدگان را مشخص می‌کنیم، اعداد قبل از مرتبه و خود مرتبه حفظ می‌شوند ولی اعداد بعد از مرتبه، به سمت راست، همگی صفر می‌شوند.

$$1326 \rightarrow 1300$$

۱۶۳

انتشارات گراد

به تقریب اعداد زیر دقت کنید.

$$5196 \xrightarrow{\text{تقریب کمتر از } 100} 5100$$

$$17/901 \xrightarrow{\text{تقریب کمتر از } 0.1} 17/900 \rightarrow 17/9 \quad \text{صفر بعد از اعشار بی ارزش است.}$$

$$237/2 \xrightarrow{\text{تقریب کمتر از } 1} 237/0 \rightarrow 237$$

این اعداد به روش قطع کردن تقریب زده شده‌اند.

برای تقریب عدد $0/256$ با تقریب کمتر از $0/1$ اینگونه عمل می‌کنیم.

$$0/256 \rightarrow 0/250$$

مرتبه‌ی صدم یا $0/1$ را مشخص کرده

اعداد قبل از مرتبه و خود مرتبه را نوشته ($0/25$) و اعداد بعد از مرتبه به سمت راست را حذف کرده و به جای آن‌ها صفر قرار می‌دهیم. ($0/250$)

تقریب اعداد کسری به روش قطع کردن

زمانی که می‌خواهیم یک عدد کسری را به صورت تقریبی بنویسیم، همانند فصل سوم (اعداد اعشاری) ابتدا باید کسر را تبدیل به عدد اعشاری

$$\frac{3}{7} = 0/42857142$$

$$\frac{15}{10} = 1/5 \xrightarrow{\text{با تقریب کمتر از } 1} 1/0 = 1$$

کنیم. (تقسیم صورت بر مخرج)

$$\frac{3}{7} \xrightarrow{\text{با تقریب کمتر از } 0/1} 0/42857142 \xrightarrow{\text{قطع کردن}} 0/42$$

بعد با مرتبه‌ای که خواسته شده، تقریب می‌زنیم.

$$\frac{34}{15} \Rightarrow 2 \quad \begin{array}{r} 34 \overline{) 15} \\ - 30 \overline{) 2} \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\frac{34}{15} \Rightarrow 2/2 \quad \begin{array}{r} 34 \overline{) 15} \\ - 30 \overline{) 2} \\ \hline 4 \overline{) 2} \\ - 4 \overline{) 2} \\ \hline 0 \end{array}$$

الف) اگر تقریب کمتر از 1 خواسته شده بود

عدد را بدون در نظر گرفتن عدد اعشاری تقسیم می‌کنیم:

ب) اگر تقریب کمتر از $0/1$ خواسته شده بود، تقسیم را تا

یک رقم اعشار ادامه می‌دهیم.

د) اگر تقریب کمتر از $0/001$ باشد، تقسیم را تا سه رقم بعد از اعشار ادامه می‌دهیم.

ج) اگر تقریب کمتر از $0/1$ خواسته شده بود، تقسیم را تا دو رقم اعشار ادامه می‌دهیم.

$$\frac{34}{15} \Rightarrow 2/266 \quad \begin{array}{r} 34 \overline{) 15} \\ - 30 \overline{) 2} \\ \hline 4 \overline{) 2} \\ - 4 \overline{) 2} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{34}{15} \Rightarrow 2/26 \quad \begin{array}{r} 34 \overline{) 15} \\ - 30 \overline{) 2} \\ \hline 4 \overline{) 2} \\ - 4 \overline{) 2} \\ \hline 0 \end{array}$$

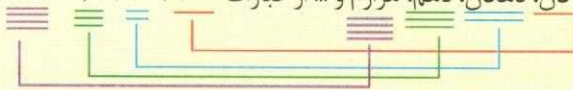


۴۴۵

در تقریب رقم صدگان، اختلاف هر عدد با مقدار تقریبی آن کوچکتر از ۱۰۰ است.
 در تقریب رقم دهگان، اختلاف هر عدد با مقدار تقریبی آن کوچکتر از ۱۰ است.
 در تقریب رقم یکان، اختلاف هر عدد با مقدار تقریبی آن کوچکتر از ۱ است.



در نتیجه: در تقریب به روش قطع کردن، همیشه اختلاف هر عدد با مقدار تقریبی آن، کوچکتر از مقدار تقریب است.
 پس می توان به جای عبارات با تقریب رقم صدگان، دهگان، دهم، هزارم و ... از عبارات $۰/۰۰۱$ ، $۰/۱$ ، ۱۰۰ ، ۱۰ و ... استفاده کرد.



تقریب به روش گرد کردن

گرد کردن اعداد مانند روش قطع کردن است ولی دقت بیشتری لازم دارد.
 برای گرد کردن اعداد مراحل زیر را باید طی کرد که با یک مثال توضیح می دهیم:

$$\begin{array}{c} \text{2} \quad \text{3} \quad \text{8} \rightarrow \text{2} \quad \text{3} \quad \text{0} \quad (\text{2} \quad \text{3} \quad \text{8}) \\ \text{2} \quad \text{3} \quad \text{8} \rightarrow \text{2} \quad \text{3} \quad \text{0} \end{array}$$

$$\text{2} \quad \text{3} \quad \text{8} \rightarrow \text{2} \quad \text{3} \quad \text{0}$$

برای تقریب عدد ۲۳۸ با تقریب کمتر از ۱۰ به این روش عمل می کنیم:
 ابتدا مرتبه‌ی تقریب یعنی ۱۰ (دهگان) را مشخص می کنیم.
 سپس رقم‌های سمت راست مرتبه‌ی تقریب را صفر می کنیم.
 اما مقدار رقم تقریب همیشه حفظ نمی شود و به رقم بعدی آن بستگی دارد: (رقم بعد از تقریب ۸ است)
 اگر عدد بعد از مرتبه‌ی تقریب، ۵ یا بیشتر از ۵ باشد، یک رقم، به رقم تقریب اضافه می شود.
 اگر عدد بعد از مرتبه‌ی تقریب، کمتر از ۵ باشد، رقم تقریب خودش نوشته می شود.

$$\text{2} \quad \text{3} \quad \text{8} \rightarrow \text{2} \quad \text{3} \quad \text{0} \rightarrow \text{2} \quad \text{4}$$

رقم تقریب
بزرگتر از ۵

به مثال‌های زیر توجه کنید، تقریب به روش گرد کردن با تقریب‌های خواسته شده:

$$۹۴۷۷۳ \xrightarrow{۱۰۰۰۰} ۹۰۰۰۰$$

کوچکتر از ۵

$$۹۴۷۷۳ \xrightarrow{۱۰۰۰} ۹۵۰۰۰$$

بزرگتر از ۵

$$۹۴۷۷۳ \xrightarrow{۱۰۰} ۹۴۸۰۰$$

بزرگتر از ۵

$$۹۴۷۷۳ \xrightarrow{۱۰} ۹۴۷۷۰$$

کوچکتر از ۵

$$۹۴۷۷۳ \xrightarrow{۱} ۹۴۷۷۳$$

$$۰.۳۲ / ۱۸۴۵ \xrightarrow{۱۰۰} ۰$$

$$۳۲ / ۱۸۴۵ \xrightarrow{۰/۰۱} ۳۲ / ۱۸۰۰$$

$$۳۲ / ۱۸۴۵ \xrightarrow{۰/۰۰۱} ۳۲ / ۱۸۵۰$$

$$۰ / ۸۰۹۵ \xrightarrow{۰/۱} ۰ / ۸۰۰۰$$

$$۰ / ۸۰۹۵ \xrightarrow{۰/۰۱} ۰ / ۸۱۰۰$$

$$۰ / ۸۰۹۵ \xrightarrow{۰/۰۰۱} ۰ / ۸۱۰۰$$

۱۰
(۹ + ۱)





در تقریب به روش گرد کردن:

۱- عدد تقریبی با عدد واقعی نزدیک به هم هستند.

۲- اختلاف بین هر عدد و مقدار تقریبی آن (عدد بزرگ‌تر منهای عدد کوچک‌تر) همیشه از مقدار تقریب کمتر است.

۳- اگر رقم سمت راست رقم مورد تقریب کمتر از ۵ (یعنی، ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴) باشد پاسخ به دست آمده در هر دو روش قطع کردن و گرد کردن برابر است.

$$6432 \xrightarrow[گرد کردن]{100} 6400$$

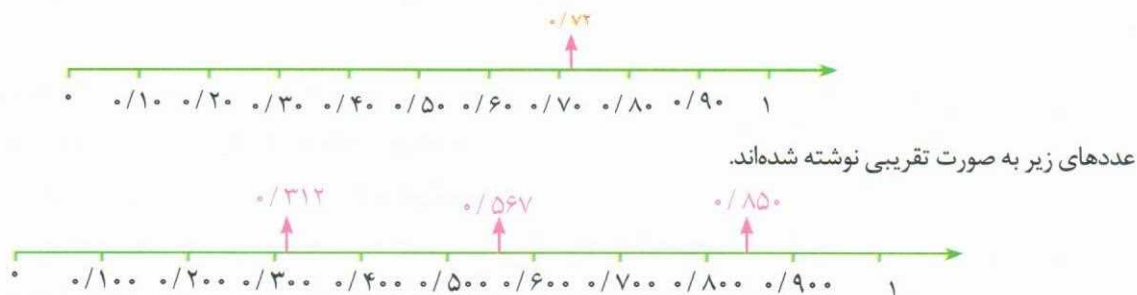
$$6432 \xrightarrow[گرد کردن]{10} 6430$$

$$6432 \xrightarrow[قطع کردن]{100} 6400$$

$$6432 \xrightarrow[قطع کردن]{10} 6430$$

نمایش محل تقریبی اعداد روی محور

اگر بخواهیم اعداد تقریبی که به صورت اعشاری هستند، روی محور نشان دهیم، مثل (۰/۷۲) ابتدا باید محور را به قسمت‌های ۰/۱ تقسیم کرده، بعد بین ۰/۷ و ۰/۸ تقسیم بندی فرضی را در ذهن انجام می‌دهیم و جایگاه تقریبی عدد ۰/۷۲ را مشخص می‌کنیم.



تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

۱ برای محاسبه‌ی مقدار تقریبی کسر $\frac{1}{6}$ با تقریب کمتر از ۰/۱ با روش گرد کردن، حاصل تقسیم یک بر ۶ را تا سه رقم اعشار به دست می‌آوریم.

☒ درست ☐ نادرست

☐ درست ☒ نادرست

☐ درست ☒ نادرست

☒ درست ☐ نادرست

۲ در تقریب کمتر از یکان هزار، اختلاف هر عدد با مقدار تقریبی آن، کوچک‌تر از ۱۰۰۰ است.

۳ گرد شده‌ی عدد ۳۵/۷۹ با تقریب رقم دهگان، ۴۰ می‌شود.

۴ قطع شده و گرد شده‌ی عدد ۸۲۶۳، با تقریب کمتر از ۱۰۰۰ با هم متفاوت است.

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

۱ قطع شده‌ی عدد ۸۹/۹۹ با تقریب کمتر از ۱ برابر ۸۹ است.

۲ گرد شده‌ی عدد ۱۹/۷۸۸ با تقریب کمتر از ۱۰۰ مساوی با ۰ است.

۳ در تقریب رقم دهگان، اختلاف هر عدد با مقدار تقریبی آن کوچک‌تر از ۱۰ است.

۴ در تقریب به روش گرد کردن پاسخ به دست آمده به مقدار واقعی، نزدیک‌تر است.

گروه آموزشی گراد



ج) گزینه‌ی درست را با علامت ✓ مشخص کنید.

$$(3\frac{1}{4} + 1\frac{1}{4}) =$$

☐ ۶ (د)

☒ ۵ (ج)

☐ ۴ (ب)

☐ ۳ (الف)

۲) در کدام گزینه، عدد با تقریب کمتر از ۱۰۰ گرد نشده است؟

☐ ۲۳۸۵ = ۲۴۰۰ (د)

☒ ۳۵۱ = ۳۰۰ (ج)

☐ ۸۹ = ۱۰۰ (ب)

☐ ۸۴۴۴ = ۸۴۰۰ (الف)

۳) مقدار تقریبی کدام کسر، با تقریب کمتر از ۰/۱، به روش قطع کردن، با مقدار دقیق آن برابر است؟

$$\frac{1}{8} = ۰/۱۲۵$$

☐ $\frac{1}{8}$ (د)

$$\frac{1}{5} = ۰/۲۰۰$$

☐ $\frac{1}{5}$ (ج)

$$\frac{1}{4} = ۰/۲۵۰$$

☐ $\frac{1}{4}$ (ب)

$$\frac{1}{5} = ۰/۲$$

☒ $\frac{1}{5}$ (الف)

۴) کدام مقدار تقریب، مناسب برای اندازه‌گیری جرم یک انسان است؟

☐ میلی گرم (د)

☐ گرم (ج)

☐ کیلو متر (ب)

☒ کیلو گرم (الف)

۵) گرد شده‌ی عدد ۵۷ با تقریب کمتر از ۱۰۰ کدام است؟

۵۷

☐ ۶۰ (ج)

☐ ۵۰ (ب)

☐ ۷۵ (الف)

۶) کدام گزینه مناسب‌ترین محور برای نمایش کسر $\frac{6}{7}$ است؟



د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

۱) عددهای زیر را با روش‌های خواسته شده تقریب بزنید.

(قطع کردن)

$$۹۶۵۳۲ \xrightarrow{۱۰۰۰} ۱۰۰۰۰۰$$

$$۲۳۷۵ \xrightarrow{۱۰۰} ۲۴۰۰$$

$$۱/۰۶۲۴ \xrightarrow{۰/۱} ۱/۱$$

$$۹۸۷۶۴۳ \xrightarrow{۱۰} ۹۸۷۶۴۰$$

$$۰/۲۷۵ \xrightarrow{۰} ۰$$

(گرد کردن)

$$۳۱۸/۵۰۷ \xrightarrow{۰/۱} ۳۱۸/۵۱$$

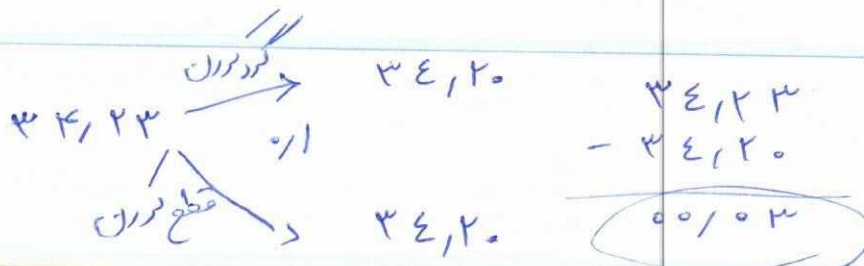
$$۲۵/۱۹۶ \xrightarrow{۰/۱} ۲۵/۲۰۰$$

$$۸۵۴۶۰ \xrightarrow{۱۰۰} ۸۵۵۰۰$$

$$۹۸۷۶۴۳ \xrightarrow{۱۰۰۰} ۹۸۷۶۴۰$$

$$۴/۱۱۱۱ \xrightarrow{۰/۰۰۱} ۴/۱۱۱$$

۲) مقدار تقریبی عدد $۳۴/۲۳$ را به روش قطع کردن و گرد کردن (با تقریب کمتر از ۰/۱) به دست آورید. سپس اختلاف مقدار تقریبی و واقعی را محاسبه کنید.



۳) تقریب‌های زیر به روش قطع کردن نوشته شده است. مقدار تقریب را مانند نمونه مشخص کنید.

مثال $7061/25 \xrightarrow{\text{با تقریب کمتر از } 0.01} 7061/25$

$3479/17 \xrightarrow{\text{با تقریب کمتر از } 0.1} 3479$

$3667/53 \xrightarrow{\text{با تقریب کمتر از } 0.01} 3667/53$

۴) مقدار تقریبی کسر $\frac{5}{9}$ با تقریب کمتر از 0.1 به روش قطع کردن و گرد کردن چه قدر با هم اختلاف دارد؟

$$\frac{5}{9} = 0.5555 \xrightarrow{\text{تقریب از بالا}} 0.6$$

$$\begin{array}{r} 0.6 \\ - 0.5 \\ \hline 0.1 \end{array}$$

۵) قبض تلفن مدرسه‌ای ۴۲۵۸۷۳ ریال شده است. اما مبلغ قابل پرداخت ۴۲۵۰۰۰ تومان اعلام شده است. این عدد با چه تقریبی از عدد واقعی به دست آمده است؟

$425873 \xrightarrow[\text{روش قطع کردن}]{\text{تقریب کمتر از } 1000} 425000$

۶) در یک طلا فروشی، برای وزن کردن از ترازویی استفاده می‌شود که جرم‌ها را برحسب گرم تا دو رقم اعشار نشان می‌دهد. اما طلا فروش عددها را گرد کرده و فقط به صورت $\frac{4}{5}$ ، $\frac{13}{5}$ یا 17 گرم اعلام می‌کند. اختلاف اندازه گیری این طلا فروش، حداکثر چه قدر است؟ 0.05

۱۳,۴۹ → ۱۳,۴۸ → ۱۳,۴۷ → ۱۳,۴۶ → ۱۳,۴۵

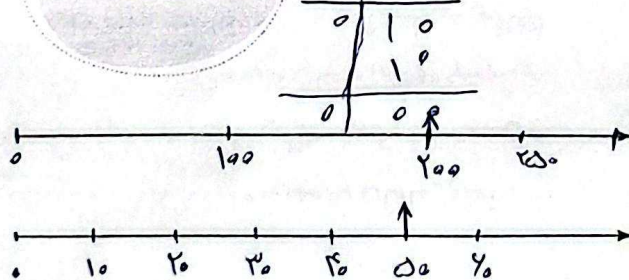
۴,۵ → ۴,۴۹ → ۴,۴۸ → ۴,۴۷ → ۴,۴۶ → ۴,۴۵

۱۷ → ۱۷,۱ → ۱۷,۰۹ → ۱۷,۰۸ → ۱۷,۰۷ → ۱۷,۰۶ → ۱۷,۰۵

۱۶,۹۹ → ۱۶,۹۸ → ۱۶,۹۷ → ۱۶,۹۶ → ۱۶,۹۵

۲,۳۵ → ۲,۳۴ → ۲,۳۳

۰,۴۷ → ۰,۴۶ → ۰,۴۵



۸) عددهای داده شده را به طور تقریبی روی محور پیدا کنید.

$234 \xrightarrow[\text{(قطع کردن)}]{\text{با تقریب کمتر از } 100} 200$

$47/2 \xrightarrow[\text{(گرد کردن)}]{\text{با تقریب کمتر از } 10} 50$

گروه آموزشی گراد



۹ با توجه به تقریب داده شده، مانند نمونه تعیین کنید که هر عدد بین کدام دو عدد قرار می گیرد؟ دور عدد نزدیک تر به مقدار واقعی را خط بکشید

الف) $749/336 \leftarrow 749/33 \rightarrow 749/33$
(با تقریب کمتر از $0/01$)

ج) $1270/7021 \leftarrow 1271 \rightarrow 1270$
(با تقریب کمتر از 1)

ب) $5364 \leftarrow 5400 \rightarrow 5300$
(با تقریب کمتر از 100)

د) $4731 \leftarrow 4000 \rightarrow 5000$
(با تقریب کمتر از 1000)

۱۰ حلما، گرد شدهی عدد $67/38$ را با تقریب کمتر از $0/1$ به روش گرد کردن کردن $67/3$ به دست آورد. نظر شما در مورد پاسخ او چیست؟

علامه روش قطع کردن تقریب را به دست آورده ولی سوال به روش گرد کردن خواسته. پس علامه اشتباه انجام داده است.

۱۱ کوچک ترین و بزرگ ترین عدد صحیحی را بنویسید که گرد شدهی آن با تقریب کمتر از 10 مساوی 70 می شود.

بزرگ ترین 74 $\xrightarrow{\text{تقریب کمتر از } 10}$ 70
کوچک ترین 65 $\xrightarrow{\text{گرد کردن}}$ 70

۱۲ کسرهایی زیر را تا مقدار خواسته شده به صورت اعشار بنویسید، سپس مقدار تقریبی عدد را با تقریب داده شده گرد کنید. (به کمک ماشین حساب)

الف) $\frac{127}{14} = 9.07 = 9$ با تقریب کمتر از $(0/1)$

ب) $\frac{73}{90} = 0.811 = 1$ با تقریب کمتر از (1)

ج) $\frac{5}{7} = 0.71428 = 0.7143$ با تقریب کمتر از $(0/001)$

د) $\frac{137}{7} = 19.57 = 20$ با تقریب کمتر از (100)

۱۳ دو عدد اعشاری بنویسید که قطع شدهی آنها، با تقریب کمتر از $(0/1)$ ، با هم برابر باشند.

25.1872
 25.1814

۱۴ مقدار تقریبی عدد π (عدد پی) با چه تقریب هایی به روش قطع کردن و گرد کردن فرق می کند؟ ($\pi = 3.14159$)

$3.14159 \begin{cases} 0/001 \\ 0/0001 \end{cases}$

۱۵ حجم یک مخزن آب با تقریب کمتر از (۱۰۰)، ۴۷۰۰ لیتر بیان شده است.

(الف) اگر حجم مخزن عددی طبیعی، بر حسب لیتر و گرد شده باشد. مقدار واقعی حجم مخزن، چه محدوده ای از اعداد می تواند باشد؟

(ب) اگر حجم مخزن، عددی طبیعی بر حسب لیتر و قطع شده باشد، مقدار واقعی حجم مخزن، چه محدوده ای از اعداد می تواند باشد؟

(الف) $4700 \xrightarrow[\text{گرد}]{100} \text{اعداد از } 4600 \text{ تا } 4800$

(ب) $4700 \xrightarrow[\text{قطع}]{100} \text{اعداد از } 4650 \text{ تا } 4750$

۱۶ جدول زیر را کامل کنید.

عدد	با تقریب کمتر از	قطع شده	گرد شده	اختلاف قطع شده و گرد شده
۳۷۵۲	۱۰۰	۳۷۰۰	۳۸۰۰	۱۰۰
۲۹/۱۸	۱	۲۹	۲۹	۰
۳/۷۴۹	۰/۰۱	۳/۱۷۴	۳/۱۷۵	۰/۰۱
۴۹۵۳	۱۰۰۰	۴۰۰۰	۵۰۰۰	۱۰۰۰
۰/۱۴۲۸۵۷	۰/۰۰۱	۰/۱۴۲	۰/۱۴۳	۰/۰۰۱
۰/۷۴/۲	۱۰۰	۰	۱۰۰	۱۰۰

از این جدول چه نتیجه ای می گیرید؟

نتیجه می گیریم که اختلاف قطع شده و گرد شده ی اعداد همان مقدار تقریب خواسته شده است.



اندازه گیری و محاسبات تقریبی

در قسمت اول همین فصل با عددهای تقریبی و روش‌های قطع کردن و گرد کردن آشنا شدید. می‌خواهیم رابطه‌ی بین عددهای تقریبی و محاسبات را بیاموزیم و ببینیم که گرد شده یا قطع شده‌ی یک عدد تا چه اندازه می‌تواند در این راه به ما کمک کند.

وسایل اندازه گیری می‌توانند تا حدودی کمیت، میزان یا مقدار دقیق چیزی را نشان دهند. خط کشی که دانش‌آموزان استفاده می‌کنند، اگر فقط واحد سانتی‌متر داشته باشد، دقت اندازه گیری آن، یک سانتی‌متر است. چون طول‌های کمتر از یک سانتی‌متر را مشخص نمی‌کند پس می‌گوییم این خط کش، طول اجسام و خط‌ها را با تقریب کمتر از ۱ سانتی‌متر نشان می‌دهد و دقت این خط کش، با تقریب کمتر از ۰/۱ متر است.

اگر این خط کش‌ها واحد میلی‌متر را هم نشان دهند دقت اندازه گیری آن‌ها یک میلی‌متر است. چون طول‌های کمتر از یک میلی‌متر را مشخص نمی‌کنند. پس می‌گوییم این خط کش‌ها، طول اجسام و خط‌ها را با تقریب کمتر از ۱ میلی‌متر نشان می‌دهند و دقت آن‌ها با تقریب کمتر از ۰/۱ سانتی‌متر است.

وسایل اندازه گیری با توجه به نوع کار و موضوع آن متفاوت است، مثلاً هنگام اندازه گیری جرم اشخاص، از ترازویی استفاده می‌شود که دقت آن تا ۱ کیلوگرم است.

اندازه گیری تب یک فرد بیمار، به وسیله‌ی تب سنجی که دقت آن تا ۱ درجه‌ی سانتی‌گراد است، انجام می‌شود.

کاربرد مقدار تقریبی

گاهی اوقات، بیان اعداد به صورت تقریبی بهتر است، چون انجام محاسبات ساده‌تر می‌شود. البته مقدار واقعی با مقدار تقریبی برابر نیست، ولی به مقدار واقعی نزدیک است.

وقتی عددی را به صورت تقریبی حساب می‌کنیم، گرد شده‌ی عدد به مقدار واقعی نزدیک‌تر است. به همین دلیل وقتی از ما خواسته می‌شود که حاصل را به صورت تقریبی حساب کنیم، از گرد کردن استفاده می‌کنیم.

$$649 \times 786 = 510,114$$

اگر فقط بخواهیم مقدار تقریبی این ضرب را به دست آوریم، کافی است مقدارهای تقریبی این دو عدد را در یکدیگر ضرب کنیم.

$$649 \xrightarrow{\text{با تقریب کمتر از } 100} 600$$

$$786 \xrightarrow{\text{با تقریب کمتر از } 100} 800$$

$$\Rightarrow 649 \times 786 \approx 600 \times 800 = 480,000$$

به مثال زیر دقت کنید:

برای انجام محاسبه‌ی تقریبی به دو روش زیر عمل می‌کنیم:

۱- ابتدا انجام محاسبه سپس تقریب (گرد کردن).

۲- ابتدا تقریب (گرد کردن) سپس انجام محاسبه.

مثال: عبارت روبه رو را با تقریب کمتر از ۱۰۰ گرد می‌کنیم:

$$602 + 56 - 150 = 508 \approx 500$$

روش اول: محاسبه ← تقریب:

$$602 + 56 - 150 =$$

روش دوم: تقریب ← محاسبه:

$$600 + 100 - 200 = 500$$



انتشارات گراد



گاهی اوقات، پاسخ تقریبی با پاسخ محاسبه با هم برابر می‌شود.

۲۰۳۳

در بیشتر محاسبات تقریبی، بهتر است اول محاسبه عملیات را انجام دهیم و بعد تقریب بزنیم، چون پاسخ به مقدار واقعی نزدیک‌تر می‌شود.

مثال: حاصل عبارت $۸ / ۷۵ \times ۱ / ۳ = ۱۱ / ۳۷۵$ را می‌خواهیم به دو روش به دست آوریم:

$$۸ / ۷۵ \times ۱ / ۳$$

$$۹ \times ۱ = ۹$$

(الف) با قطع اعشار و با تقریب کمتر از (۱)

$$۸ / ۷۵ \times ۱ / ۳$$

$$۸ / ۸ \times ۱ / ۳ = ۱۱ / ۴۴$$

(ب) با تقریب کمتر از (۰/۱)

همانطور که می‌بینید در حالت (الف) اختلاف پاسخ‌ها بسیار زیاد است ولی در حالت (ب) اختلاف پاسخ‌ها کمتر است، چون مرتبه‌ی رقم مورد تقریب کوچک‌تر است و مقدار تقریبی به مقدار واقعی نزدیک‌تر از مورد الف است.

(حالت الف) $۱۱ / ۳۷۵ - ۹ = ۲ / ۳۷۵$

(حالت ب) $۱۱ / ۴۴ - ۱۱ / ۳۷۵ = ۰ / ۰۶۵$

ترتیب عملیات (تقدّم عملگرها)

عبارت روبه‌رو، به دو روش محاسبه شده است:

(الف) $۱۸ - ۱۲ \div ۲ = (۱۸ - ۱۲) \div ۲ = ۶ \div ۲ = ۳$

(ب) $۱۸ - ۱۲ \div ۶ = ۱۸ - (۱۲ \div ۶) = ۱۸ - ۲ = ۱۶$

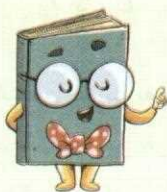
در این مثال، می‌بینیم پاسخ‌ها متفاوت است، البته یکی از راه‌ها اشتباه است. برای جلوگیری از این اشتباهات، در این گونه عبارت‌ها، مراحل را با توجه به اولویت عملیات انجام می‌دهیم.

باید بدانیم گاهی اوقات عبارات دارای پرانتز هم می‌باشند که در مورد اولویت پرانتز در فصل دوم همین کتاب توضیح مختصری دادیم.

مانند: $(۱۸ - ۱۲ \div ۲) \times ۰ / ۵$

برای اینکه پاسخ ما درست باشد مراحل انجام عملیات را بدین گونه پیش می‌بریم:

ترتیب انجام عملیات:



$$(((۲ + ۵) \times ۳ - ۱))$$

۱- محاسبه‌ی عبارات داخل پرانتز (داخلی‌ترین پرانتز)

۲- انجام ضرب یا تقسیم (هر کدام که اول از سمت چپ آمده بود)

۳- انجام جمع یا تفریق (هر کدام که اول از سمت چپ آمده بود)

مثال: می‌خواهیم حاصل عبارت زیر، را با توجه به ترتیب عملیات به دست آوریم:

(الف) $۱ + ۱ \times (۲ \times ۲) + (۳ \div ۳) =$

$$۱ + ۱ \times (۲ \times ۲) + (۳ \div ۳) = ۱ + ۱ \times ۴ + ۱ = ۱ + ۴ + ۱ = ۶$$



در این عبارت پرانتزی وجود ندارد. پس باید بر اساس ترتیب عملیات، عبارات را داخل پرانتز قرار دهیم یا محاسبه کنیم.

$$\text{ب) } 8 \times 0 / 125 + 4 \times 0 / 25 \div 0 / 5 =$$

$$\overbrace{(8 \times 0 / 125)}^1 + \overbrace{(4 \times 0 / 25)}^1 \div 0 / 5 = 1 + \overbrace{(1 \div 0 / 5)}^2 = 1 + 2 = 3$$

هر وقت صحبت از تقریب، بدون ذکر گرد کردن یا قطع کردن می‌شود، یعنی گرد کردن را باید انجام دهیم.

به اختلاف مقدار گرد کردن و قطع کردن، اختلاف تقریبی و واقعی یا خطای تقریب گفته می‌شود.

تمرین

الف) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- | | |
|--|--|
| ☒ نادرست | ☐ درست |
| ☐ نادرست | ☒ درست |
| ☐ نادرست | ☒ درست |
| ☒ نادرست | ☐ درست |

- ۱ برای محاسبه‌ی عبارت $8 - 2 \div 3$ ابتدا عمل تفریق و بعد عمل تقسیم را انجام می‌دهیم.
- ۲ اندازه گیری جرم یک قطعه فلز گرانبها، مانند طلا، با تقریب کمتر از 0.1 گرم سنجیده می‌شود.
- ۳ حاصل عبارت $2 \div 4 - 2 \times 0 / 15$ برابر است با ۱ :
- ۴ میزان تقریب برای جرم یک انسان کمتر از ۱ گرم است.

ب) جمله‌های زیر را با کلمه یا عدد مناسب کامل کنید.

- ۱ نصف حاصل عبارت $\frac{1}{4} \times 4 - \frac{1}{4} \div 4$ برابر است با 71.5
- ۲ گرد شده‌ی حاصل $79 \times 0 / 2 \times 80$ با تقریب کمتر از 1 برابر است با 63 .
- ۳ در استفاده از عددهای تقریبی، مقدار خطا در روش گرد کردن نسبت به روش قطع کردن $\frac{1}{3}$ است.
- ۴ برای بدست آوردن مقدار قطع شده‌ی کسر $\frac{2}{3}$ با تقریب کمتر از 0.001 باید تقسیم را تا رقم اعشار، در خارج قسمت ادامه دهیم.

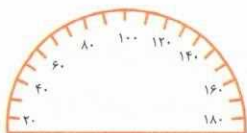
ج) گزینه‌ی درست را با علامت ☒ مشخص کنید.

۱ دقت اندازه‌گیری در صفحه‌ی کیلومتر شمار خودرو کدام است؟

- | | |
|---|---|
| ☐ الف) کمتر از ۱ کیلومتر | ☒ ب) کمتر از ۱۰ کیلومتر |
| ☐ ج) کمتر از ۵ کیلومتر | ☐ د) کمتر از ۱۰۰ کیلومتر |

۲ دقت اندازه‌گیری در یک متر خیاطی، که فقط دسی‌متر دارد، کدام است؟

- | | |
|--|--|
| ☐ الف) کمتر از ۱ دسی‌متر | ☐ ب) کمتر از ۱۰۰ سانتی‌متر |
| ☐ ج) کمتر از ۱۰ سانتی‌متر | ☒ د) گزینه الف و ج |



۱۷۳

انتشارات گراد

۳ کدام یک از اعداد زیر به ۱ نزدیک تر است؟

(الف) $0/09$

(ب) $0/9$

(ج) $0/01$

(د) $0/1$

۴ جرم یک میز تحریر، ۷ کیلوگرم گزارش شده است. اگر این مقدار با تقریب کمتر از ۱ کیلوگرم باشد، جرم واقعی این میز تحریر کدام عدد نمی تواند باشد؟

(الف) $6/6$

(ب) $7/5$

(ج) $7/05$

(د) $6/93$

$$1/6 \div 0/08 + 0/16 \div 8 =$$

۵ حاصل عبارت مقابل کدام است؟

(الف) $20/2$

(ب) $20/02$

(ج) $2/002$

(د) $0/2002$

۶ آقا رضا در زمین خود ۲۸ ردیف و در هر ردیف ۱۲۲ هویج کاشته است، کدام یک از عبارتهای زیر بهترین روش برای پیدا کردن مقدار تقریبی هویج هاست؟

(الف) $30 \times 120 = 3600$

(ب) $20 \times 100 = 2000$

(ج) $20 \times 130 = 2600$

(د) $25 \times 100 = 2500$

(د) به سوالات زیر پاسخ دهید. (با نوشتن راه حل)

۱ برای محاسبه موارد زیر، دقت اندازه گیری را با چه تقریبی پیشنهاد می کنید؟

(الف) اندازه گیری جرم یک پاک کن *کتر از یک گرم*
(ب) اندازه گیری دمای بدن انسان *کتر از درجه*
(ج) اندازه گیری ارتفاع یک میز ناهار خوری *کتر از یک متر*
(د) اندازه گیری جرم انگشت طلا *کتر از یک گرم*

(الف) اندازه گیری جرم یک پاک کن *کتر از یک گرم*
(ب) اندازه گیری دمای بدن انسان *کتر از درجه*
(ج) اندازه گیری ارتفاع یک میز ناهار خوری *کتر از یک متر*
(د) اندازه گیری جرم انگشت طلا *کتر از یک گرم*

۲ حاصل جمع زیر را به دو روش محاسبه کنید.

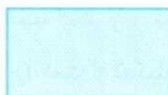
(الف) ابتدا محاسبه، سپس حاصل را با تقریب کمتر از $0/1$ قطع کنید.

$$\frac{8}{9} + \frac{2}{5} = \frac{40}{45} + \frac{18}{45} = \frac{58}{45} = 1,2 \xrightarrow{\text{قطع}} 1,2$$

(ب) ابتدا عددها را با تقریب کمتر از $0/1$ قطع، سپس حاصل جمع را محاسبه کنید.

$$\frac{8}{9} + \frac{2}{5} \approx 0/8 + 0/4 = 1,2$$

$3/94$



$1/49$

$$3,94 \xrightarrow{\text{تقریب}} 4$$

$$1,49 \xrightarrow{\text{تقریب}} 1,5$$

۳ مساحت شکل مقابل را به دو روش به دست آورید.

(الف) ابتدا گرد کردن اندازهها با تقریب کمتر از $0/1$ ، بعد محاسبه.

$$4 \times 1,5 = 6$$

(ب) ابتدا محاسبه، سپس گرد کردن پاسخ با تقریب کمتر از $0/1$.

$$3,94 \times 1,49 = 5,8706 \xrightarrow{\text{تقریب}} 5,9$$

۱۷۴

گروه آموزشی گراد



۴ تقسیم‌های زیر را به صورت تقریبی به دست آورید. (ابتدا عامل‌ها را تقریب بزنید سپس انجام دهید)

گرد کردن با $\frac{2}{3}$ $\rightarrow$ تقریب کمتر از $\frac{1}{10}$

$$\frac{4}{73} \approx \frac{4}{70} = \frac{40}{700} = \frac{4}{70}$$

$$\frac{2}{3} \approx \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{70} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{70} \times \frac{3}{2} = \frac{12}{70} = \frac{6}{35} \approx 0.17$$

قطع کردن با $\frac{2}{34}$ $\rightarrow$ تقریب کمتر از $\frac{1}{10}$

$$\frac{16}{0.9} \approx \frac{16}{1} = 16$$

$$\frac{2}{34} \approx \frac{20}{340} = \frac{2}{34}$$

$$16 \div \frac{2}{34} = 16 \times \frac{34}{2} = 16 \times 17 = 272$$

۵ زهره حاصل عبارت $\frac{40}{3} \times \frac{26}{8}$ را با قطع اعشار و تقریب دهگان، محاسبه کرده و عدد 800 را به دست آورده است و حدیث هم این عبارت را با روش گرد کردن و تقریب کمتر از 10 محاسبه کرده و عدد 1200 را به دست آورده است.

الف) روش کدام سریع‌تر است؟ چرا؟
 ب) روش کدام یک دقیق‌تر است؟ چرا؟
 الف - روش زهره سریع‌تر است چون فقط با دهگان تقریب زده.
 ب - روش من دقیق‌تر است چون با اعشار و اعشاریه‌ها.

$$4013 \times 24,8 = 101100,4$$

$$\text{زهره} = 4013 \times 24,8 = 40 \times 20 = 800$$

$$\text{من} = 40 \times 30 = 1200$$

۶ حاصل دقیق عبارات زیر را به دست آورید، سپس با تقریب‌های خواسته شده دوباره حاصل را به دست آورید. در پایان با مقایسه‌ی پاسخ‌ها، خطای تقریب هر قسمت را حساب کنید.

تقریب کمتر از $\frac{1}{10}$ $\rightarrow$ گرد کردن

$$\frac{14}{0.85} + \frac{6}{792} \approx \frac{14}{0.9} + \frac{6}{800} = \frac{140}{9} + \frac{3}{400} = \frac{14000}{3600} + \frac{27}{3600} = \frac{14027}{3600} \approx 3.896$$

$$\begin{array}{r} 20,900 \\ - 20,877 \\ \hline 00,023 \end{array}$$

تقریب کمتر از $\frac{1}{10}$ $\rightarrow$ قطع کردن

$$\frac{9}{981} - \frac{3}{724} \approx \frac{9}{1000} - \frac{3}{700} = \frac{9}{1000} - \frac{30}{7000} = \frac{90}{10000} - \frac{300}{10000} = \frac{-210}{10000} = -0.021$$

$$\begin{array}{r} 9,240 \\ - 9,207 \\ \hline 0,033 \end{array}$$

تقریب کمتر از ۱ گرد کردن

$$\frac{45}{7} \times \frac{7}{53} = \frac{345}{341}$$

$$\frac{345}{341} = 1 \frac{4}{341}$$

$$1 \frac{4}{341} = 1 \frac{1}{85.25}$$

حاصل عبارات زیر را با توجه به ترتیب عملیات، به دست آورید. (در صورت لزوم کسر تبدیل به اعشار و اعشار تبدیل به کسر شود)

الف) $1/6 \times 1 \frac{3}{5} - 2 \div 2 = (1 \frac{3}{5} \times 1 \frac{3}{5}) - (2 \div 2) = \frac{16}{5} \times \frac{8}{5} = \frac{128}{25} - 1 = 2 \frac{8}{25} - 1 = 1 \frac{8}{25}$

ب) $15/5 - 1/3 \times 10 \frac{1}{5} = 15/5 - (1 \frac{1}{3} \times 10 \frac{1}{5}) = 15/5 - 13 \frac{4}{15} = 1 \frac{15}{15} - 13 \frac{4}{15} = 1 \frac{11}{15}$

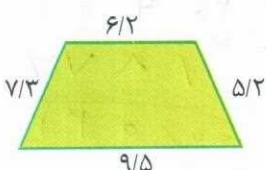
ج) $(26 \times 28) \div (72 \times 96) = (7488 \div 6912) \times 94 = 104 \times 94 = 9984$

د) $(225 + 87) \div (29 - (5 \times 3) \div 5) = (312 \div 1) \div (29 - 3) = 312 \div 26 = 12$

و) $10 - 0/3 \times (4/6 + 2 \frac{2}{5}) = 10 - 0/3 \times (4/6 + 2 \frac{2}{5}) = 10 - (0/3 \times 2 \frac{2}{5}) = 10 - 2/1 = 7 \frac{1}{2}$

۸ محیط هر یک از شکل‌های زیر را به دست آورید، سپس پاسخ را با تقریب خواسته شده تقریب بزنید.

با تقریب کمتر از ۱ (گرد کردن)



$$4 \frac{1}{2} + 5 \frac{1}{2} + 9 \frac{1}{5} + 7 \frac{1}{3} = 28 \frac{1}{15}$$

تقریب کمتر از ۱: ۲۸

با تقریب کمتر از ۰/۱ (گرد کردن)



$$6/24 \times 4 = 24/96$$

تقریب کمتر از ۰/۱: ۲۷